

Hans Walser, [20200925]

Zahlendreieck

1 Worum geht es?

Zahlenspielererei im Kontext der Division durch 9 im Dezimalsystem

2 Das Zahlendreieck

```

      1
    2   9
  13  19  79
124 129 179 679
1235 1239 1279 1679 5679
12346 12349 12379 12679 15679 45679
123457 123459 123479 123679 125679 145679 345679
1234568 1234569 1234579 1234679 1235679 1245679 1345679 2345679
12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679
123456790 123456789 123456779 123456679 123455679 123445679 123345679 122345679 112345679 12345679
```

Abb. 1: Das Zahlendreieck

Im Anhang ist das Zahlendreieck vergrößert dargestellt.

Die Abbildung 2 zeigt einen kleineren Ausschnitt.

```

      1
    2   9
  13  19  79
124 129 179 679
1235 1239 1279 1679 5679
12346 12349 12379 12679 15679 45679
```

Abb. 2: Kleinerer Ausschnitt

3 Zeilensummen

Die Tabelle 1 gibt die Zeilensummen und die alternierenden Zeilensummen.

n	Zeilensummen	Alternierende Zeilensummen
1	1	1
2	11	-7
3	111	73
4	1111	-505
5	11111	5275
6	111111	-30303
7	1111111	325477
8	11111111	-1010101
9	111111111	12345679
10	1111111111	101010101
11	11111111111	-785634119
12	111111111111	30303030303
13	1111111111111	-280583613917
14	11111111111111	5050505050505
15	111111111111111	-48260381593715
16	1111111111111111	707070707070707
17	11111111111111111	-6846240179573513
18	111111111111111111	90909090909090909
19	1111111111111111111	-886644219977553311
20	11111111111111111111	11111111111111111111
21	111111111111111111111	-108866442199775533109
22	1111111111111111111111	13131313131313131313
23	11111111111111111111111	-12906846240179573512907
24	111111111111111111111111	1515151515151515151515
25	1111111111111111111111111	-1492704826038159371492705
26	11111111111111111111111111	171717171717171717171717
27	111111111111111111111111111	-169472502805836139169472503
28	1111111111111111111111111111	19191919191919191919191919
29	11111111111111111111111111111	-18967452300785634118967452301
30	111111111111111111111111111111	212121212121212121212121212121

Tab. 1: Zeilensummen

Der gelb unterlegte Teil entspricht dem Ausschnitt der Abbildung 1.

4 Hintergrund

Das Zahlendreieck wurde konstruiert wie folgt:

$$9 : 9 = 1$$

$$18 : 9 = 2 \quad 81 : 9 = 9$$

$$117 : 9 = 13 \quad 171 : 9 = 19 \quad 711 : 9 = 79$$

$$1116 : 9 = 124 \quad 1161 : 9 = 129 \quad 1611 : 9 = 179 \quad 6111 : 9 = 679$$

Der Divisor ist immer 9. Der Dividend besteht aus Einsen und einer weiteren Zahl, welche die Quersumme auf 9 ergänzt.

Die Berechnung geschieht so:

```

for n from 1 to N do
  for k from 1 to n do
    a[n,k] := (sum(10^j, j = 0..n-1) + (9 - n)*10^(k-1))/9:
  end:
end:

```

In bürgerlicher Schreibweise:

$$a_{n,k} = \frac{1}{9} \left(\sum_{j=0}^{n-1} 10^j + (9-n)10^{k-1} \right) \quad (1)$$

Anhang

1
2 9
13 19 79
124 129 179 679
1235 1239 1279 1679 5679
12346 12349 12379 12679 15679 45679
123457 123459 123479 123679 125679 145679 345679
1234568 1234569 1234579 1234679 1235679 1245679 1345679 2345679
12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679 12345679
123456790 123456789 123456679 123455679 123445679 123345679 122345679 112345679 12345679