

Hans Walser, [20130505]

Yin Yang

Eine nostalgische fraktale Erinnerung. Anregung: Strick (2013)

1 Yin Yang Figur

Die Abbildung 1 zeigt das Yin Yang, wie es leibt und lebt.

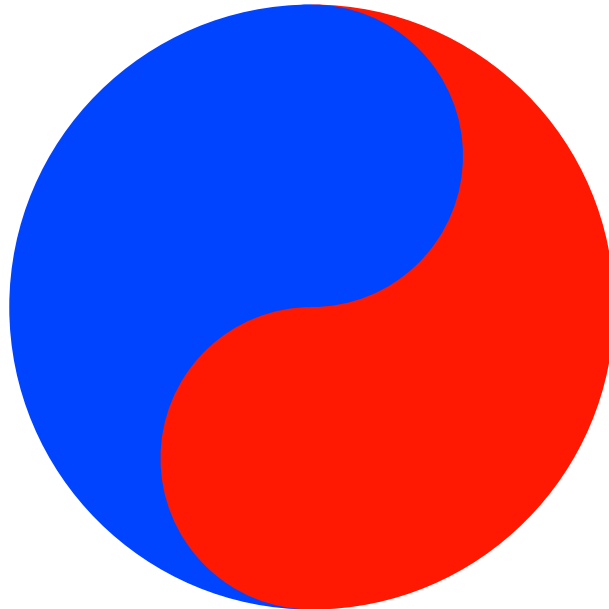


Abb. 1: Yin Yang

Es ist unter Farbwechsel punktsymmetrisch. Weiter hat es keine Symmetrien.

1.1 Reduktion auf 50%

1.1.1 Fraktal

Nun zeichnen wir zwei halb so große Kopien und passen sie ein (Abb. 2).

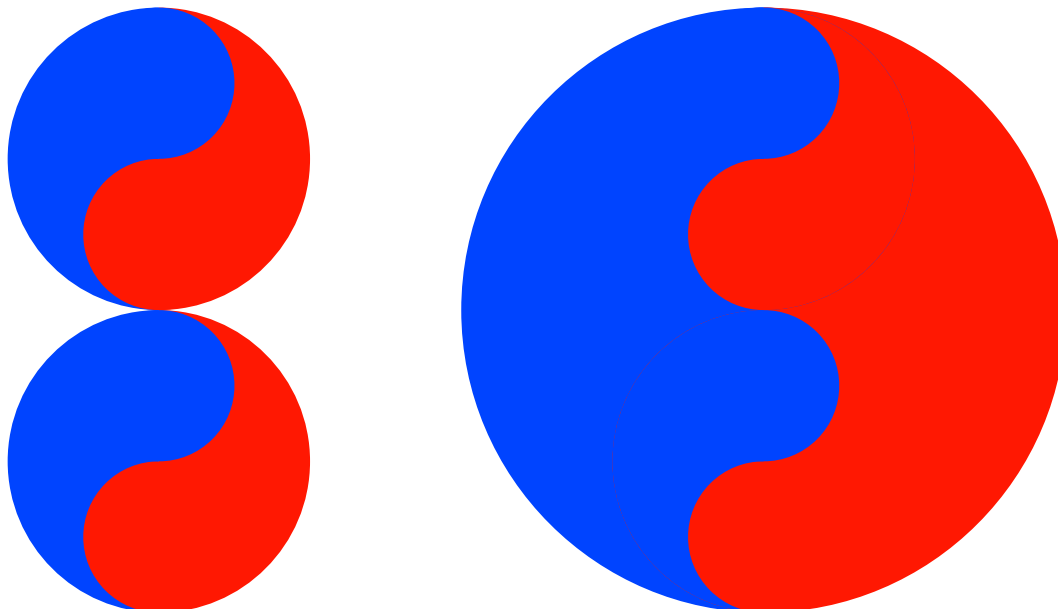


Abb. 2: Einpassen von Kopien

Diesen Prozess wiederholen wir. Die Abbildung 3 zeigt den nächsten Schritt.

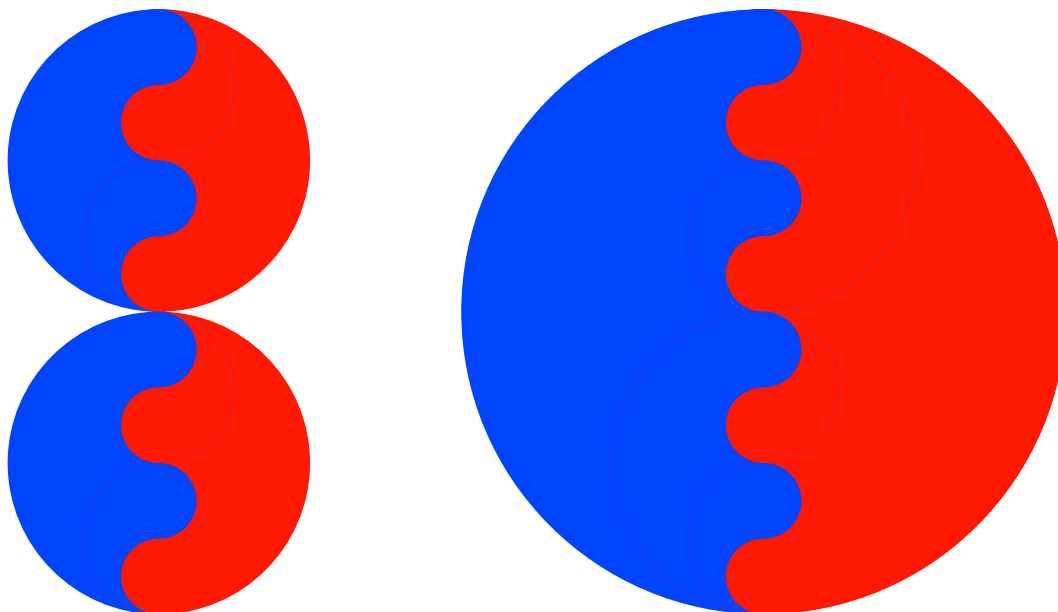


Abb. 3: Nächster Schritt

Die Figur ist immer noch unter Farbwechsel punktsymmetrisch. Die Trennlinie in der Mitte ist gleich lang wie der halbe Kreisumfang.

Nach unendlich vielen Schritte (um ehrlich zu sein: nach 7 Schritten) ergibt sich die Figur der Abbildung 4.

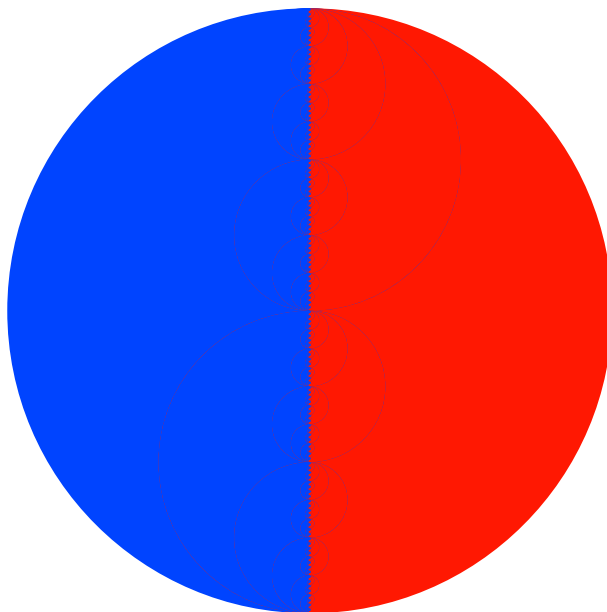


Abb. 4: Unendlich viele Schritte

Die Figur ist immer noch unter Farbwechsel punktsymmetrisch. Und die Trennlinie gleich lang wie der halbe Umfang. „Von Auge“ allerdings sieht man eine Achsensymmetrie mit horizontaler Achse und eine Achsensymmetrie mit vertikaler Achse unter Farbwechsel sowie einen Durchmesser als Trennlinie. Also zwei Halbkreise. Das Charisma von Yin Yang fehlt.

1.1.2 Drehung um 180°

Spannender wird es, wenn wir die Teilfiguren zusätzlich um 180° drehen. Die Abbildung 5 zeigt den ersten Schritt. Die Figur ist punktsymmetrisch unter Farbwechsel.

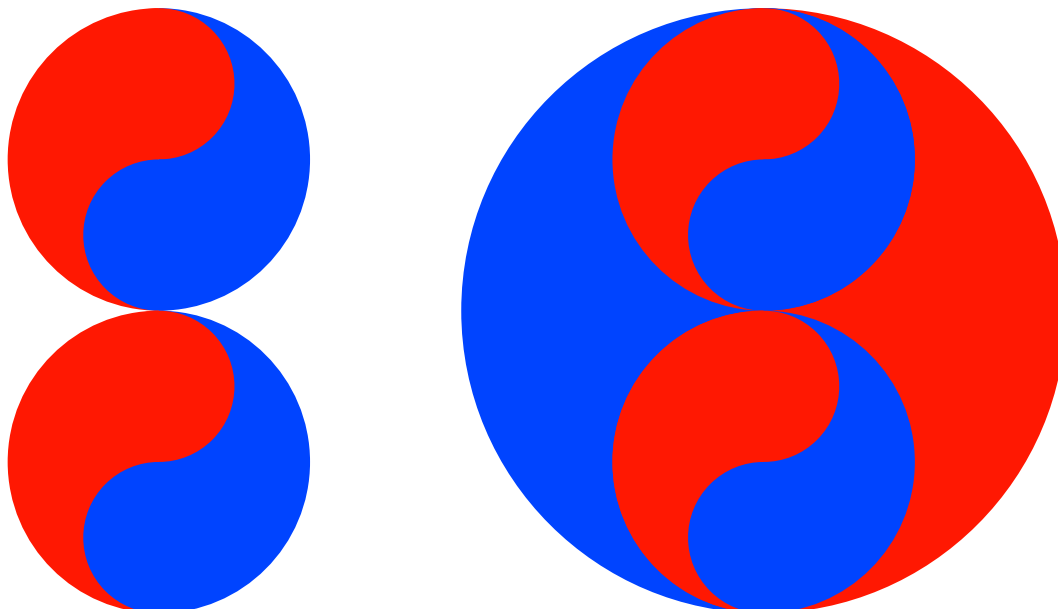


Abb. 5: Drehung um 180°

Nun fahren wir so weiter. Die Abbildung 6 zeigt den nächsten Schritt.

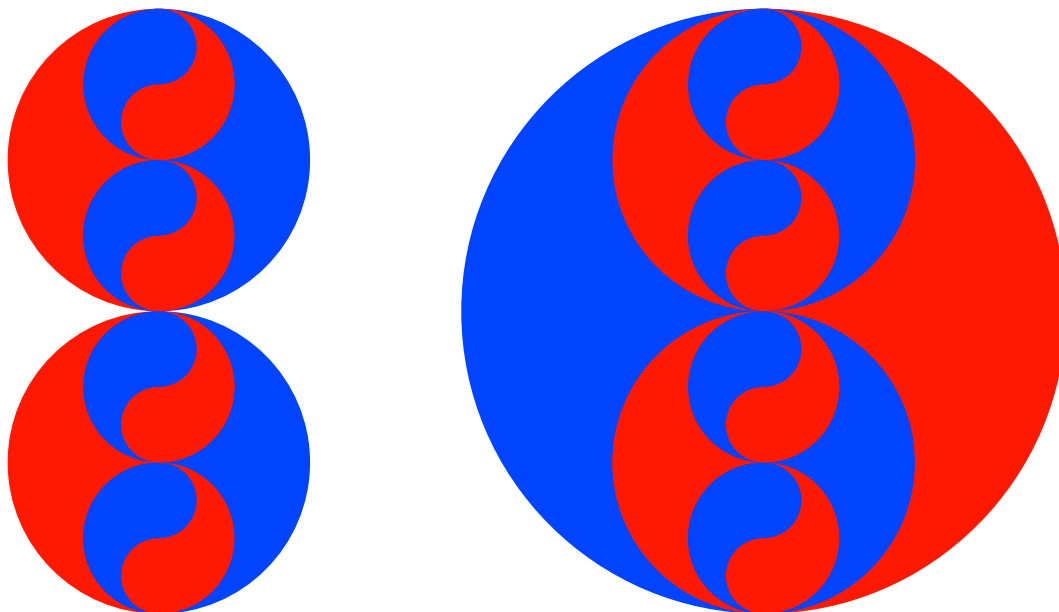


Abb. 6: Nächster Schritt

Die Abbildung 7 zeigt, was sich nach unendlich vielen (also sieben) Schritten ergibt. Wir haben ein so genanntes Fraktal.

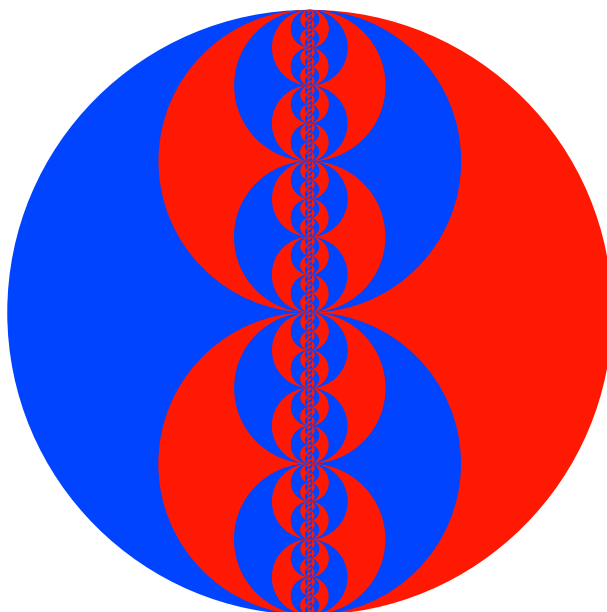


Abb. 7: Nach sieben Schritten

Die Figur ist immer noch punktsymmetrisch unter Farbwechsel, aber das naive Auge sieht auch eine Achsensymmetrie mit horizontaler Achse sowie eine Achsensymmetrie mit vertikaler Achse unter Farbwechsel.

Das ändert sich, wenn wir noch Drehungen einbauen.

1.1.3 Drehung um -90°

Wir drehen die Teilfiguren um -90° , also um 90° im Uhrzeigersinn (Abb. 8 und 9).

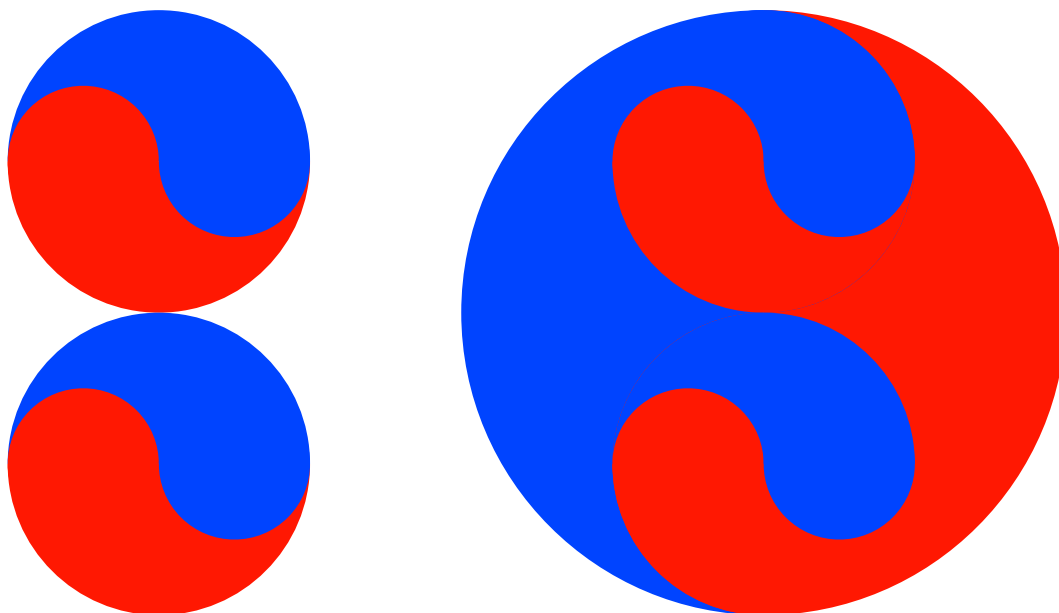


Abb. 8: Drehung um 90° im Uhrzeigersinn

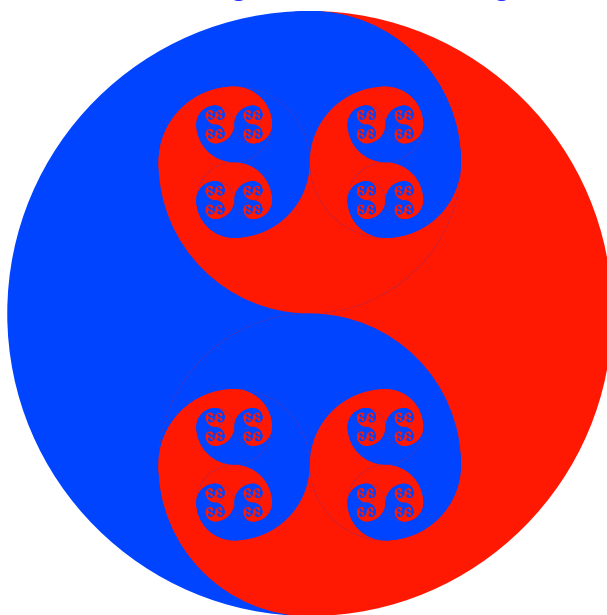


Abb. 9: Drehung um 90° im Uhrzeigersinn. Fraktal

Die Punktsymmetrie unter Farbwechsel ist offensichtlich. Achsensymmetrien hat es keine mehr.

1.2 Reduktion auf 40%

1.2.1 Fraktal

Beim Verfahren der Abbildungen 2, 3 und 4 ist das Charisma von Yin Yang weg. Das kann gerettet werden, indem wir nicht auf die Hälfte, sondern zum Beispiel auf 40% reduzieren (Abb. 10 und 11).

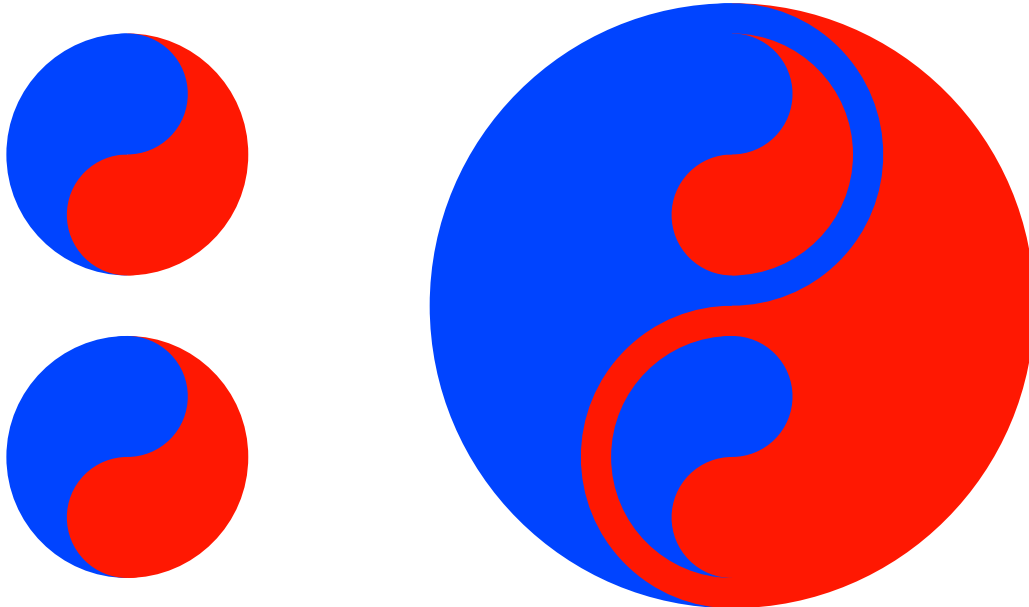


Abb. 10: Reduktion auf 40%

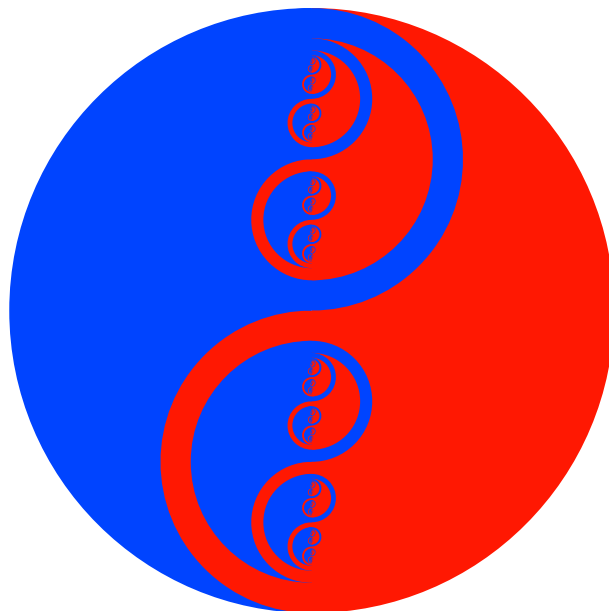


Abb. 11: Fraktal mit Reduktion 40%

1.2.2 Zusatzspiegelung

Wir können noch Zusatzoperationen einbauen, zum Beispiel eine Spiegelung an der von links unten nach rechts oben laufenden Schrägen (Abb. 12 und 13).

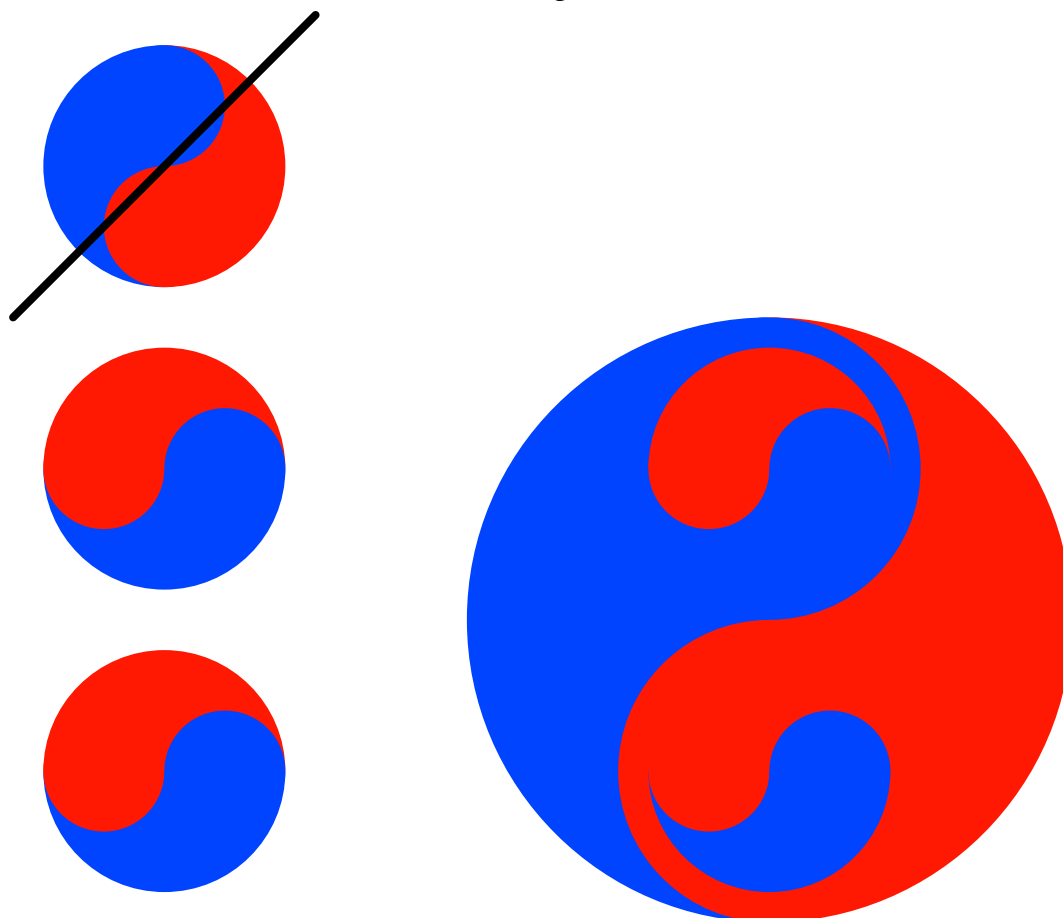


Abb. 12: Spiegelung

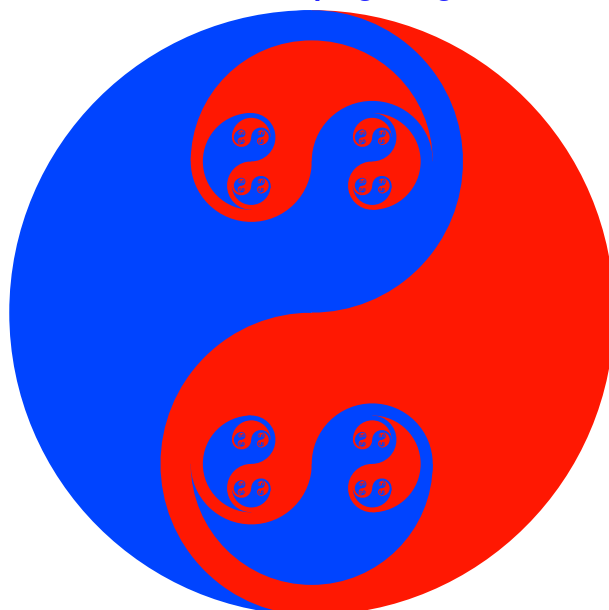


Abb. 13: Fraktal mit Reduktion 40% und Spiegelung

2 Eckige Yin Yang Figur

2.1 Hexagonalbasis

Wir können die Kreise durch regelmäßige Vielecke mit gerader Eckenzahl ersetzen. Die Abbildung 14 zeigt das Yin Yang auf der Basis des Hexagons.

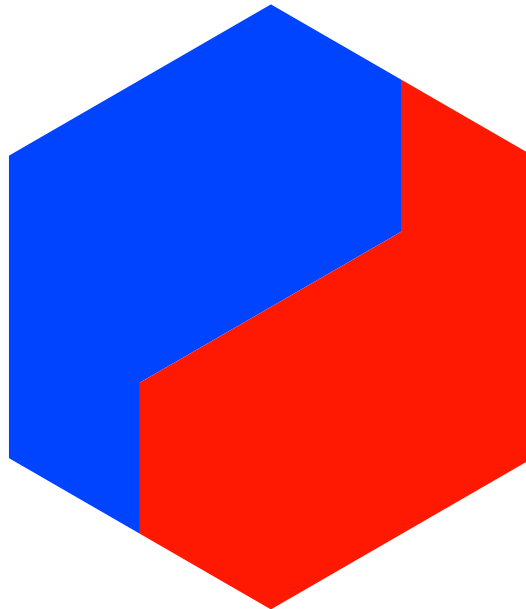


Abb. 14: Hexagonales Yin Yang

2.1.1 Reduktion auf 50%

Wir können nun zum Beispiel auf 50% reduzieren und dem Hexagon angepasst um 60° drehen (Abb. 15 und 16).

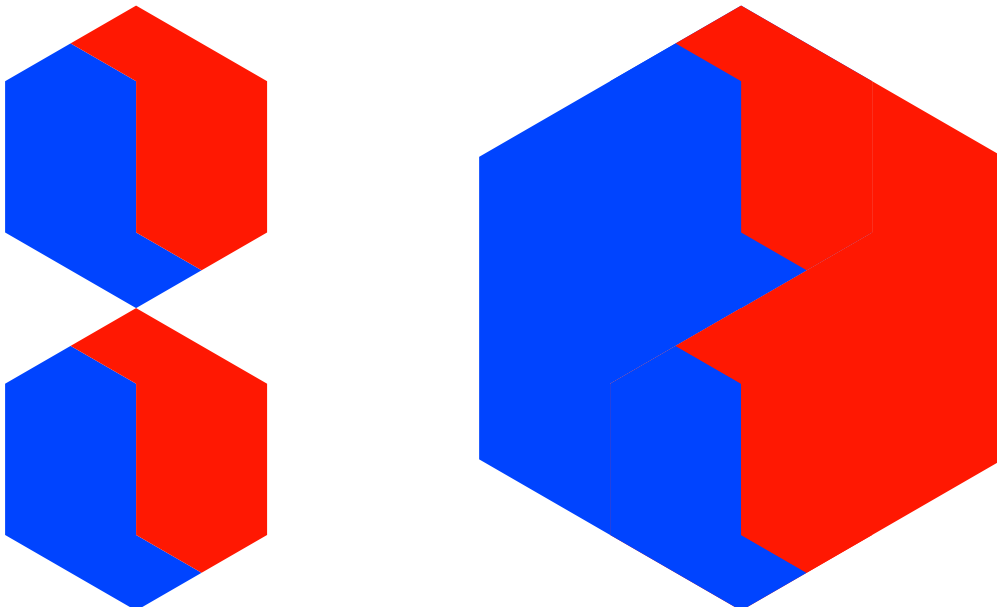


Abb. 15: Reduktion 50%, Drehung 60°

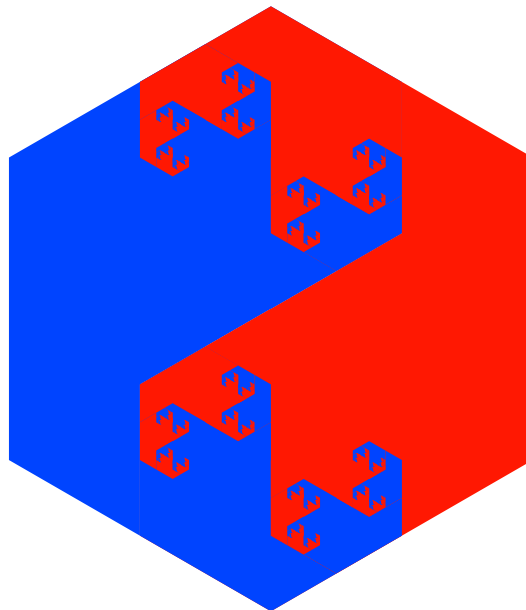


Abb. 16: Reduktion 50%, Drehung 60°. Fraktal

2.1.2 Reduktion auf 40%

Im Beispiel der Abbildung 17 ist auf 40% reduziert und um 60° gedreht.

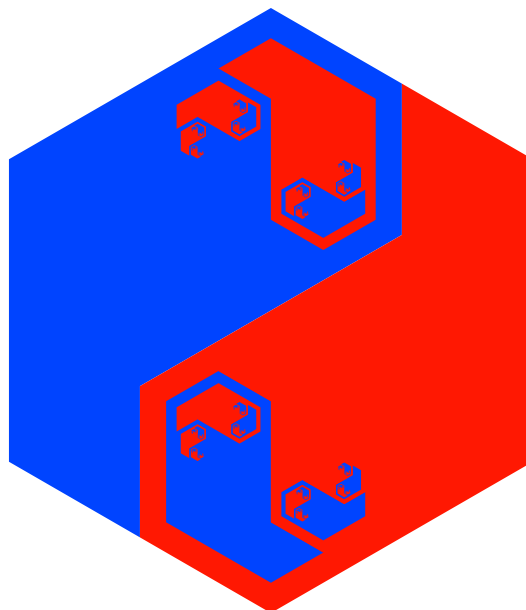


Abb. 17: Reduktion 40%, Drehung 60°. Fraktal

2.2 Quadratische Basis

Das einfachste regelmäßige Vieleck mit gerader Eckenzahl ist das Quadrat. Das zugehörige Yin Yang ist allerdings kaum erkennbar (Abb. 18).

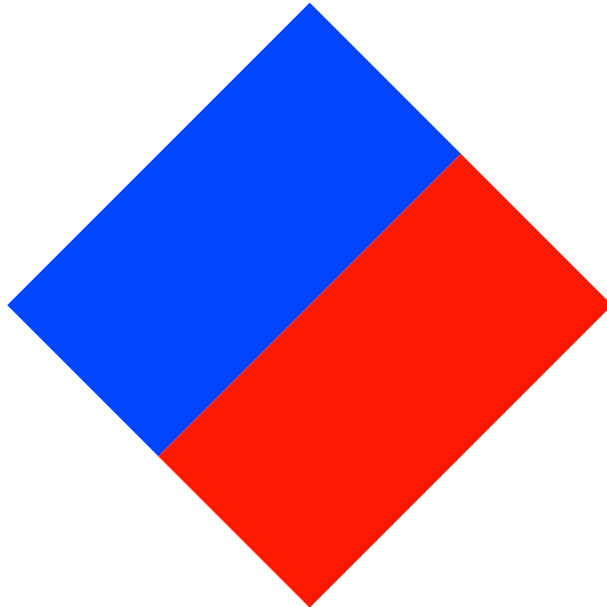


Abb. 18: Quadratisches Yin Yang

2.2.1 Reduktion auf 50%

Im Beispiel der Abbildung 19 ist auf 50% reduziert und um 180° gedreht.

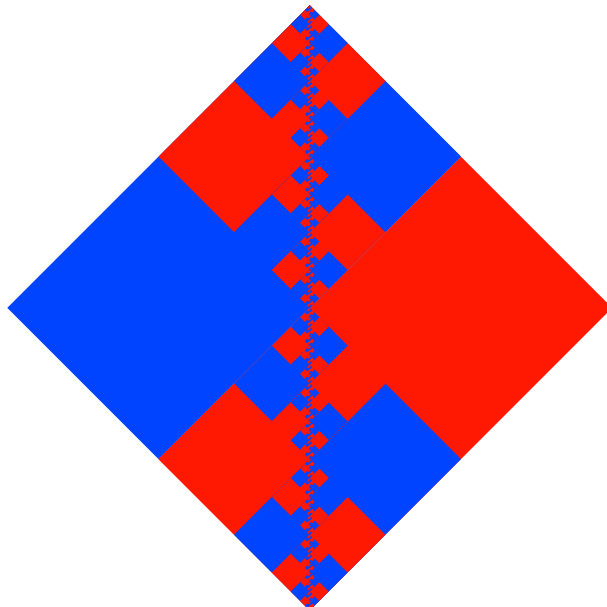


Abb. 19: Reduktion 50%, Drehung 180°

2.2.2 Reduktion auf 40%

Im Beispiel der Abbildung 20 ist auf 40% reduziert und um 180° gedreht.

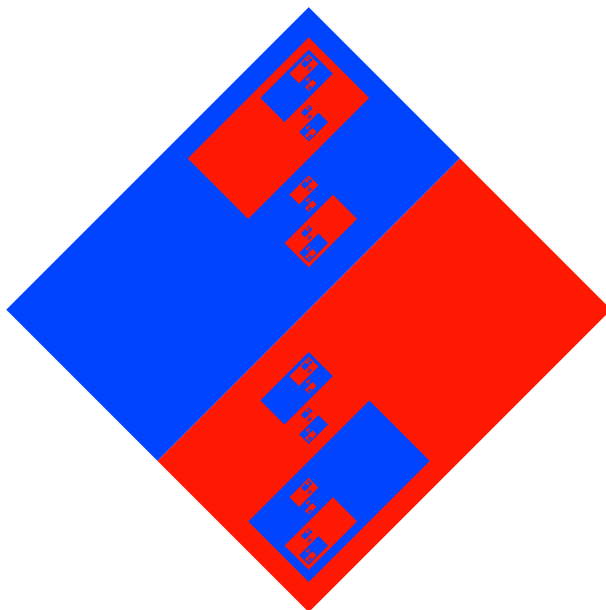


Abb. 20: Reduktion 40%, Drehung 180°

3 Fraktale Dimensionen

Die Yin Yang Fraktale mit dem Reduktionsfaktor 50% haben die fraktale Dimension 1 (Mandelbrot 1983), (Mandelbrot 1991).

Die Yin Yang Fraktale mit dem Reduktionsfaktor 40% haben die fraktale Dimension:

$$D = \frac{\ln(2)}{\ln(\frac{5}{2})} \approx 0.7565$$

Literatur

Mandelbrot, Benoît B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. New York: Freeman. ISBN 0-7167-1186-9

Mandelbrot, Benoît B. (1991). *Die fraktale Geometrie der Natur*. Basel: Birkhäuser.

Strick, Heinz Klaus (2013). Yin und Yang. MNU, *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 66(3), 189, ISSN 0025-5866, © Verlag Klaus Seeberger, Neuss