

Hans Walser, [20210208]

Varignon

1 Worum geht es?

Variante zum Satz von Varignon

2 Der Satz von Varignon

Nach dem Satz von Varignon bilden die Kantenmitten eines beliebigen Viereckes ein Parallelogramm (Abb. 1). Die Parallelogrammseiten sind parallel zu den Diagonalen des Ausgangsviereckes und halb so lang.

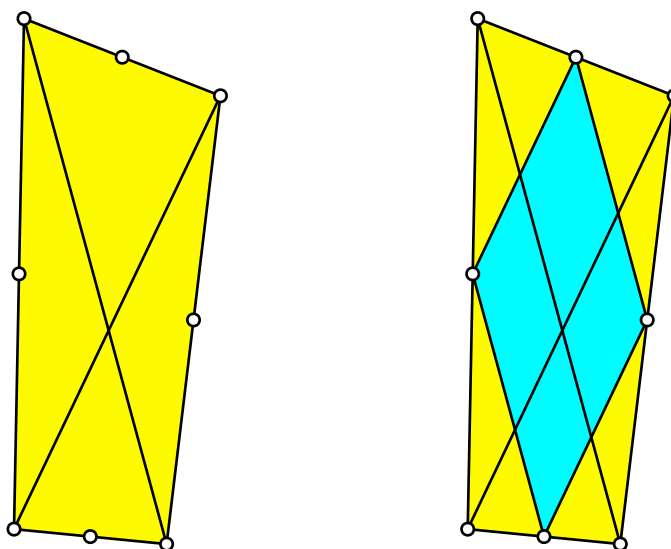


Abb. 1: Satz von Varignon

3 Variante

Wir setzen den Viereckseiten alternierend nach innen und nach außen gerichtete gleichseitige Dreiecke an (Abb. 2).

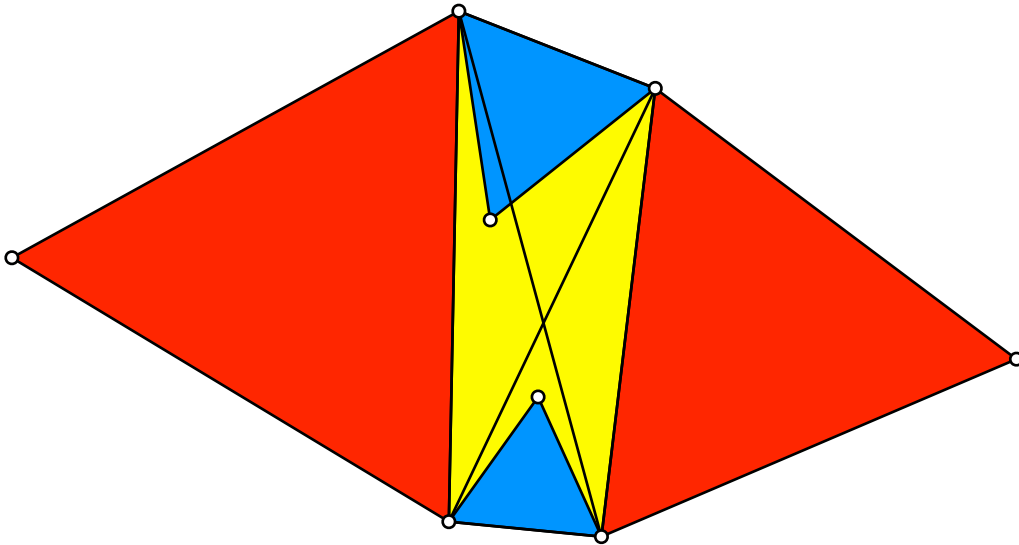


Abb. 2: Gleichseitige Dreiecke ansetzen

Die freien Ecken dieser gleichseitigen Dreiecke bilden ein Parallelogramm (Abb. 3). Seine Seiten sind gleich lang wie die Diagonalen des Ausgangsviereckes.

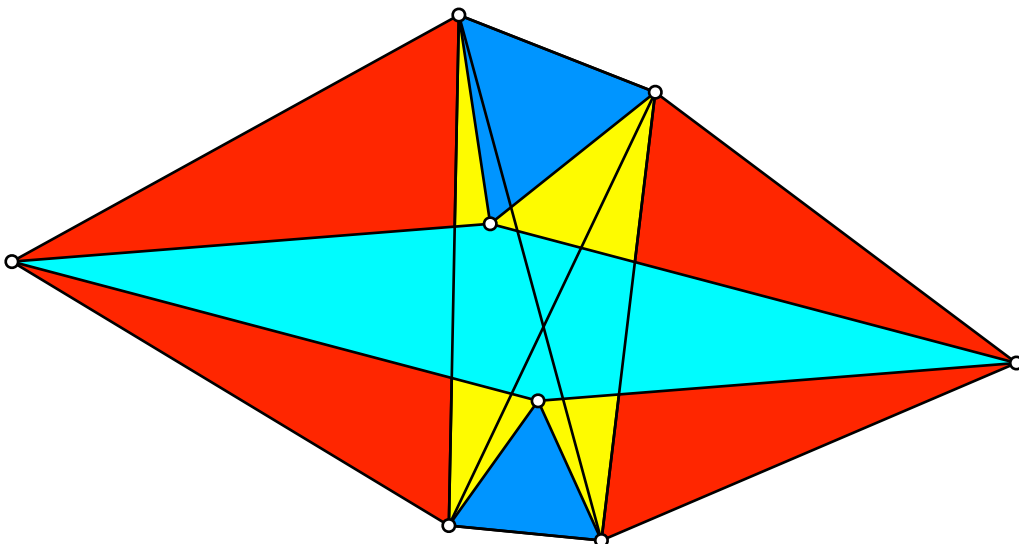


Abb. 3: Parallelogramm

4 Beweis

Wir verwenden die Bezeichnungen der Abbildung 4.

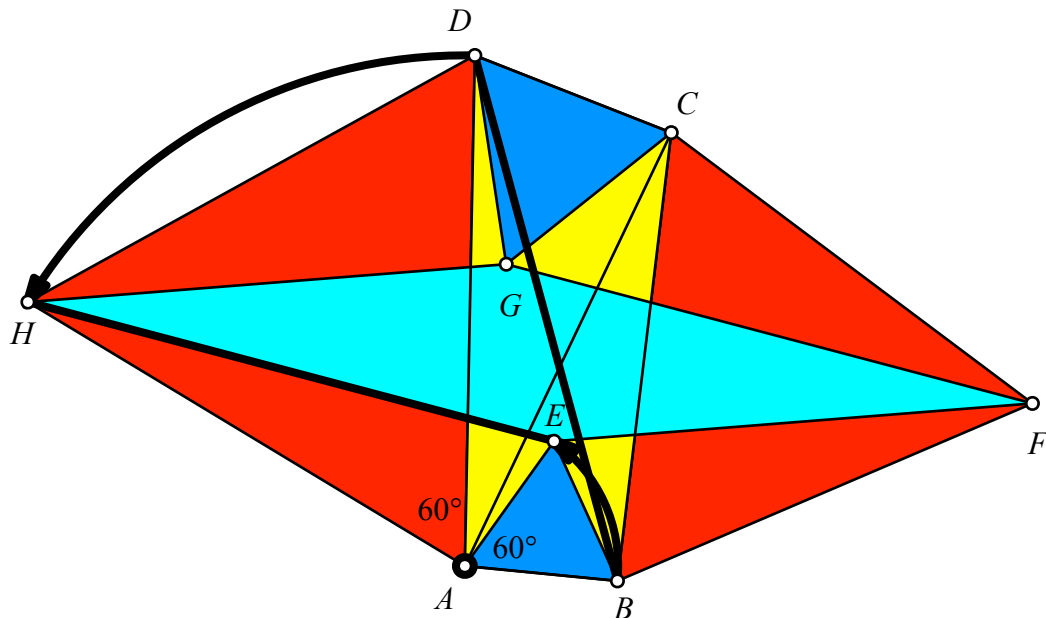


Abb. 4: Beweisfigur

Die Diagonale BD kann durch eine Drehung um den Punkt A um 60° auf die Parallelogrammseite EH abgebildet werden. Analog für die anderen Parallelogrammseiten mit Drehungen um $\pm 60^\circ$ um die restlichen Ecken des Ausgangsviereckes.

Die Parallelogrammseiten sind nicht mehr parallel zu den Diagonalen, sondern um $\pm 60^\circ$ verdreht.

5 Zweite Lösung

Durch Vertauschen der Begriffe innen und außen beim Ansetzen der gleichseitigen Dreiecke ergibt sich eine zweite Lösung (Abb. 5).

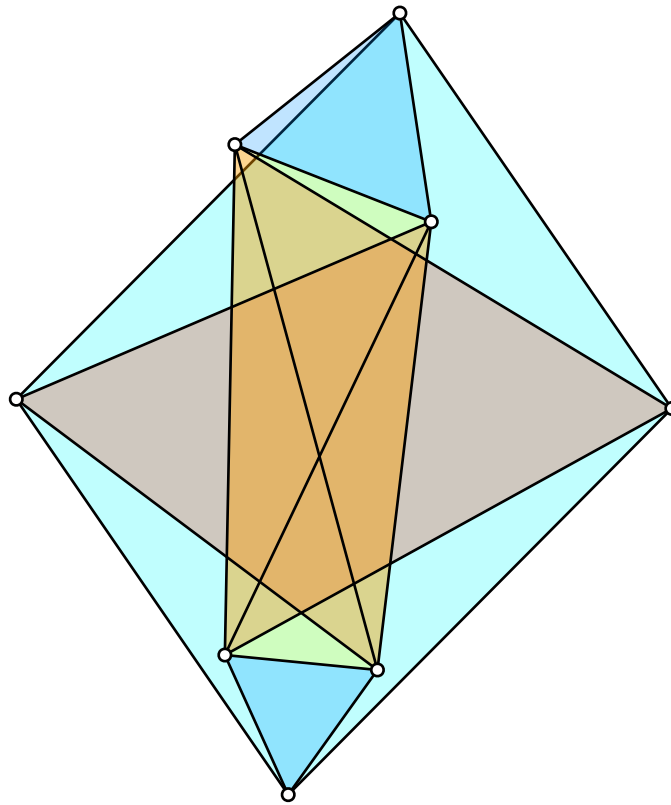


Abb. 5: Zweite Lösung

Die beiden Lösungen haben dieselben Seitenlängen, aber unterschiedliche Winkel.