

Hans Walser, [20210511]

US-Letter und pythagoreisches Dreieck

1 Worum geht es?

Durch Falten eines Papiers im US-Letter-Format entsteht ein pythagoreisches Dreieck.

2 Der Faltprozess

Das Papierformat US-Letter (Abb. 1a) hat eine Breite von $8.5'' = 21.59\text{cm}$ und eine Höhe von $11'' = 27.94\text{cm}$.

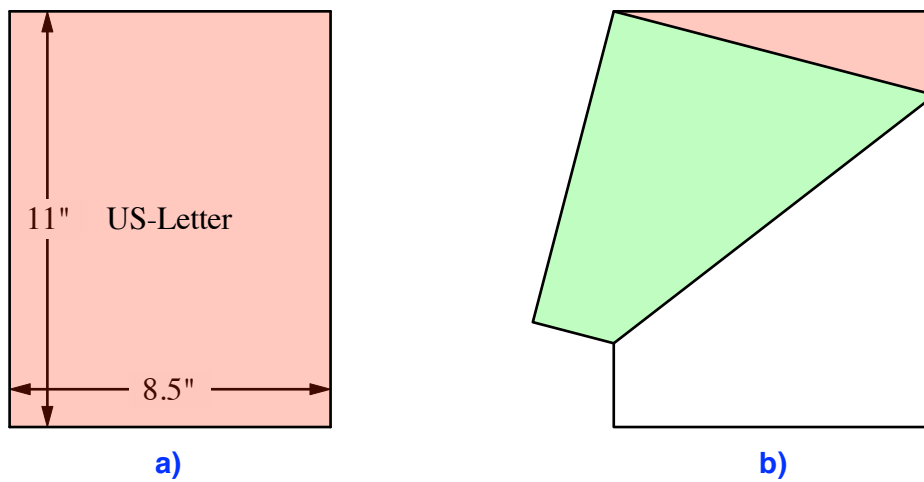


Abb. 1: US-Letter falten

Wir falten die Ecke rechts unten auf die Ecke links oben (Abb. 1b). Oben rechts bleibt ein rechtwinkliges Dreieck übrig.

Welches Seitenverhältnis hat dieses rechtwinklige Dreieck?

3 Bearbeitung

Wir arbeiten mit den Bezeichnungen der Abbildung 2.

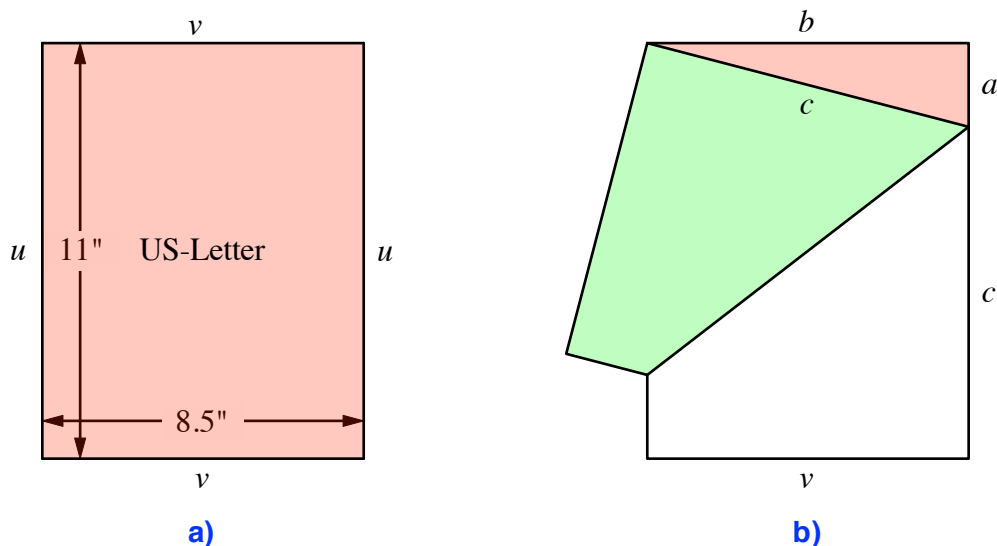


Abb. 2: Bezeichnungen

Für die Seiten a , b , c des rechtwinkligen Dreieckes gelten die Bedingungen:

$$\begin{aligned} a + c &= u \\ b &= v \\ a^2 + b^2 &= c^2 \end{aligned} \tag{1}$$

Dieses quadratische Gleichungssystem für a , b , c hat die Lösungen:

$$\begin{aligned} a &= \frac{u^2 - v^2}{2u} \\ b &= v \\ c &= \frac{u^2 + v^2}{2u} \end{aligned} \tag{2}$$

Wenn also u und v rational sind, dann auch a , b , c , und wir haben ein pythagoreisches Dreieck. Dies ist beim US-Letter-Format der Fall. Konkret erhalten wir:

$$\begin{aligned}a &= 2.21590'' = 5.628409\text{cm} \\b &= 8.5'' = 21.59\text{cm} \\c &= 8.78409'' = 22.311590\text{cm}\end{aligned}\tag{3}$$

Es ist:

$$a : b : c = 195 : 748 : 773\tag{4}$$

4 Varianten

4.1 US-Legal

Das Format US-Legal hat eine Breite von 8.5'' und eine Höhe von 14''. Wir erhalten ebenfalls ein pythagoreisches Dreieck mit dem Seitenverhältnis:

$$a : b : c = 495 : 952 : 1073\tag{5}$$

4.2 DIN-Format

Das DIN-Format hat das Seitenverhältnis $v : u = 1 : \sqrt{2}$. Für das rechtwinklige Dreieck ergibt sich das Seitenverhältnis:

$$a : b : c = 1 : \sqrt{8} : 3\tag{6}$$

Das Seitenverhältnis ist irrational. Wir haben kein pythagoreisches Dreieck.

Websites

Hans Walser: Falten im Rechteck

http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/F/Falten_im_Rechteck/Falten_im_Rechteck.htm