

Hans Walser, [20200515]

Teilbarkeit durch 3

Aufgabenstellung: Thomas Jahre, Aufgabe 54-641_1

1 Problemstellung

„Das sind aber viele Zahlen auf deinem Zettel“, meinte Bernd zu Mike. „Na ja, ich bin am Probieren“. Mike hat irgendwelche 4 vierstellige Zahlen notiert. Dann addiert er die Ziffern der gewählten Zahl (Quersumme) zwei mal zur vierstelligen Zahl dazu. Das Ergebnis ist in seinen Beispielen immer durch 3 teilbar. Gilt das für alle vierstelligen Zahlen?

2 Bearbeitung

Es sei

$$dcba_{\text{Basis } 10} = 1000d + 100c + 10b + 1a \quad (1)$$

eine vierstellige Zahl. Damit ist gemäß Aufgabe:

$$\begin{aligned} dcba_{\text{Basis } 10} + 2(d + c + b + a) &= 1000d + 100c + 10b + 1a + 2(d + c + b + a) \\ &= 1002d + 102c + 12b + 3a \end{aligned} \quad (2)$$

Die Koeffizienten sind alle durch 3 teilbar. — Es gilt also für alle vierstelligen Zahlen.

3 Bemerkungen

Die Stellenzahl spielt keine Rolle. Es gilt für alle Zahlen im Dezimalsystem. Beweis analog oben.

Wenn man die Quersumme einmal subtrahiert, ist das Ergebnis durch 9 teilbar. Beweis analog.

Website

Thomas Jahre, Aufgabe 54-641_1

<https://www.schulmodell.eu/unterricht/faecher/mathematik/wochenaufgabe/serie-54.html?start=4>