

Hans Walser, [20200323]

Summe ungerader Zahlen

1 Worum geht es?

Visualisierung der Summenformel der ersten n ungeraden Zahlen

$$1+3+5+7+\dots=\sum_{k=1}^n 2k-1=n^2 \quad (1)$$

Die folgenden Figuren basieren auf $n = 7$.

2 Sechseckraster

Wir beginnen mit einem regelmäßigen Sechseck (Abb. 1.1).



Abb. 1.1: 1

Dann setzen wir drei weitere Sechsecke an (Abb. 1.2).

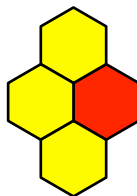


Abb. 1.2: $1 + 3 = 4$

Nun setzen wir fünf weitere Sechsecke an (Abb. 1.3).

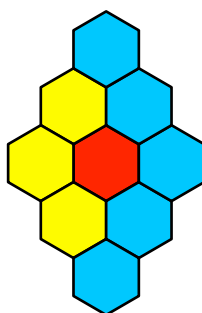


Abb. 1.3: $1 + 3 + 5 = 9$

Und so geht es weiter.

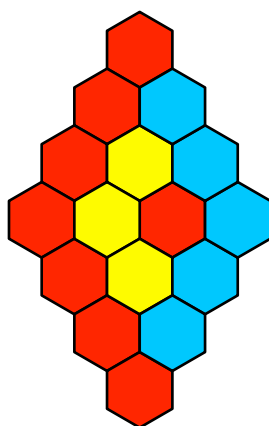


Abb. 1.4: $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

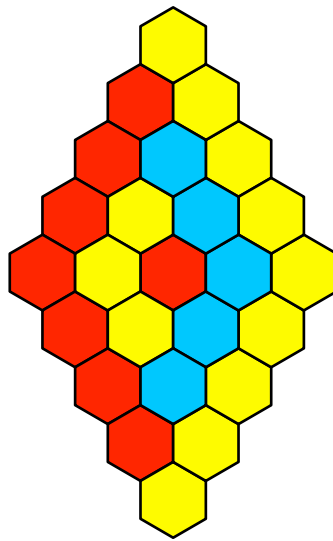


Abb. 1.5: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

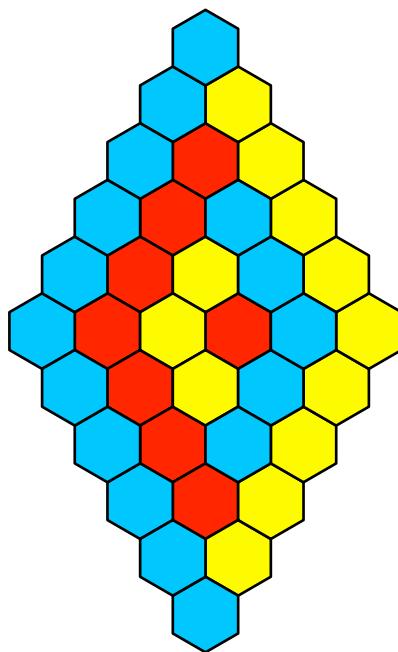


Abb. 1.6: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$

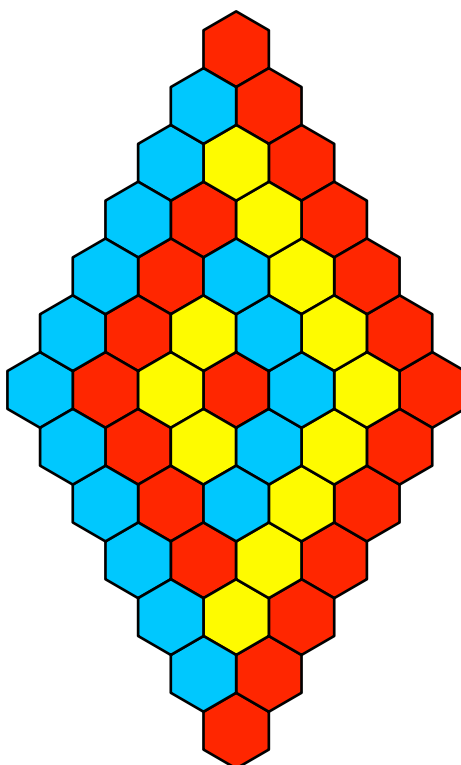


Abb. 1.7: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$

3 Rhomben

Der Umriss ist ein Rhombus, der aus n schrägen Reihen von je n Sechsecken besteht. Wir haben also insgesamt n^2 Sechsecke. Damit ist (1) gezeigt.

4 Spiralen

Wir können gemäß dem Aufbau in der Abbildungsfolge 1 eine eckige Spirale einzeichnen (Abb. 2).

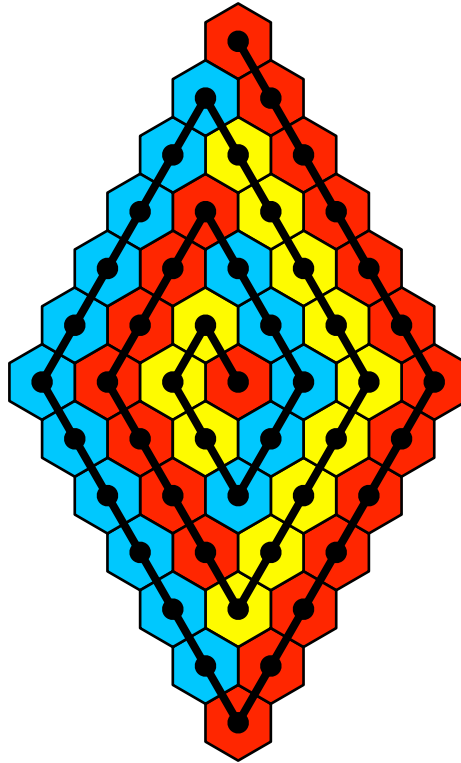


Abb. 2: Eckige Spirale

Wir können diese Spirale zu einer sogenannten Ulam-Spirale mit rechten Winkeln verzerren (Abb. 3). Der Umriss ist ein Quadrat.

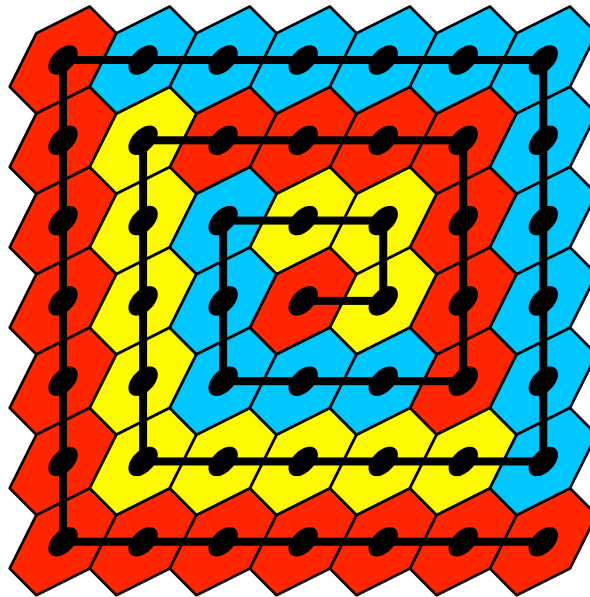


Abb. 3: Ulam-Spirale

Die Abbildung 4 zeigt die Sechsecke ohne die Spirale.

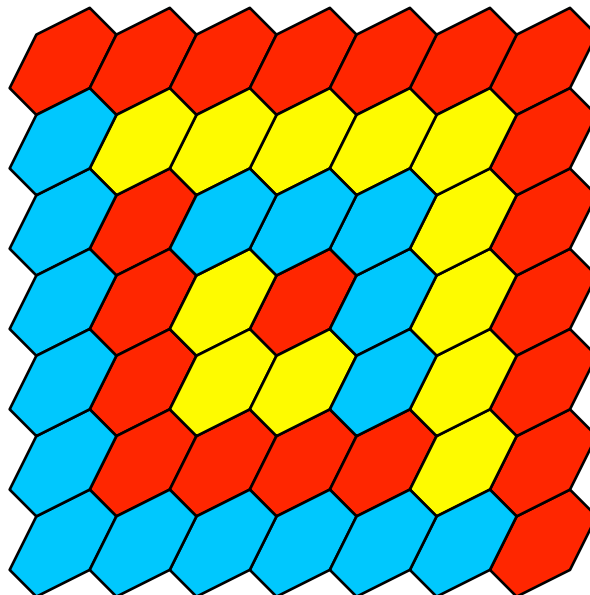


Abb. 4: Quadrat

