

Hans Walser, [20201214]

Streifen, DIN-Rechteck und Goldenes Rechteck

1 Worum geht es?

Spielerei in einer Figur mit gleich breiten Streifen. Es erscheinen das DIN-Rechteck und ein mit dem Goldenen Rechteck verwandtes Rechteck.

2 Streifen

Wir arbeiten mit sechs gleich breiten Streifen und einem eingepassten Kreis (Abb. 1). Sein Radius ist das Dreifache der Streifenbreite.

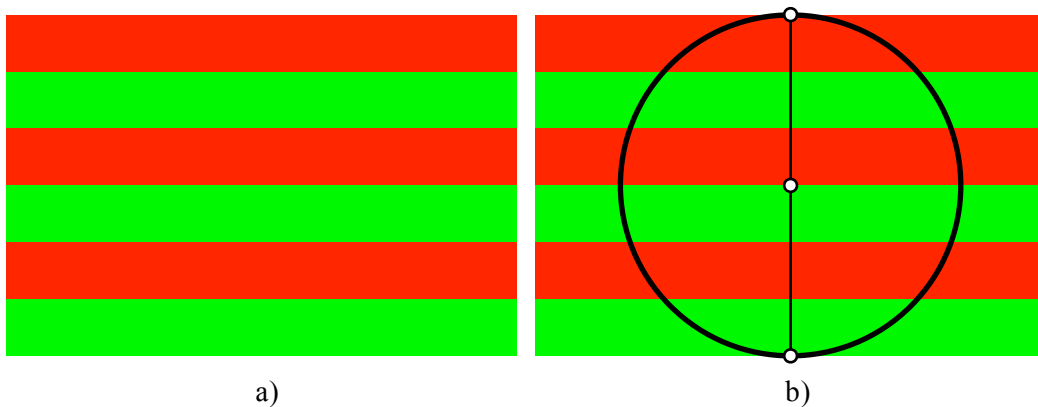


Abb. 1: Streifen und Kreis

3 Rechtecke

Wir passen zwei Rechtecke ein (Abb. 2).

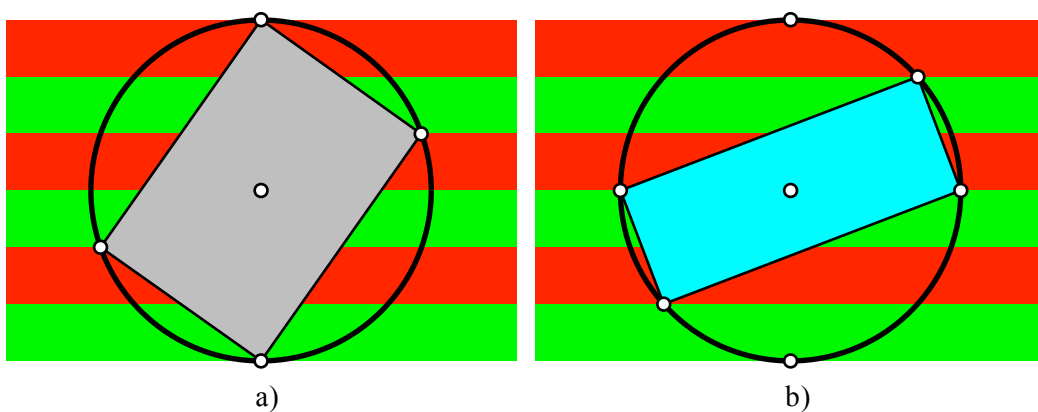


Abb. 2: Rechtecke

Das graue Rechteck der Abbildung 2a ist ein sogenanntes DIN-Rechteck. Es hat das Seitenverhältnis $\sqrt{2} : 1$. Zum Beispiel hat ein DIN A4 Papier dieses Seitenverhältnis. Über das DIN-Format siehe Walser 2013b.

Hintergrund und Beweisschlüssel:

$$2 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) \quad (1)$$

Auf der linken Seite von (1) erscheint die zum DIN-Format gehörende Zahl $\sqrt{2}$. Der Drittel in der rechten Seite entspricht einer Streifenbreite im Verhältnis zum Kreisradius. Der durch (1) definierte Winkel (etwa 70.5288°) ist der Schnittwinkel der beiden Rechteckdiagonalen.

Das Rechteck der Abbildung 2b hat das Seitenverhältnis $\Phi : \frac{1}{\Phi}$. Dabei ist

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 \quad (2)$$

der so genannte Goldene Schnitt (Walser 2013a).

Hintergrund und Beweisschlüssel:

$$2 \arctan\left(\frac{1}{\Phi^2}\right) = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \quad (3)$$

Der durch (3) definierte Winkel (etwa 41.8103°) ist der Schnittwinkel der Diagonalen des Rechtecks.

4 Das Goldene Rechteck

Unter dem Goldenen Rechteck versteht man das Rechteck mit dem Seitenverhältnis $\Phi : 1$. Es gibt zwei Möglichkeiten, vom Rechteck der Abbildung 2b zum Goldenen Rechteck zu gelangen. Beide operieren mit einem Quadrat.

Wir können ein Quadrat abschneiden. Das Restrechteck ist ein Goldenes Rechteck (Abb. 3a).

Wir können zum Quadrat ergänzen. Das Ergänzungsrechteck ist ein Goldenes Rechteck (Abb. 3b).

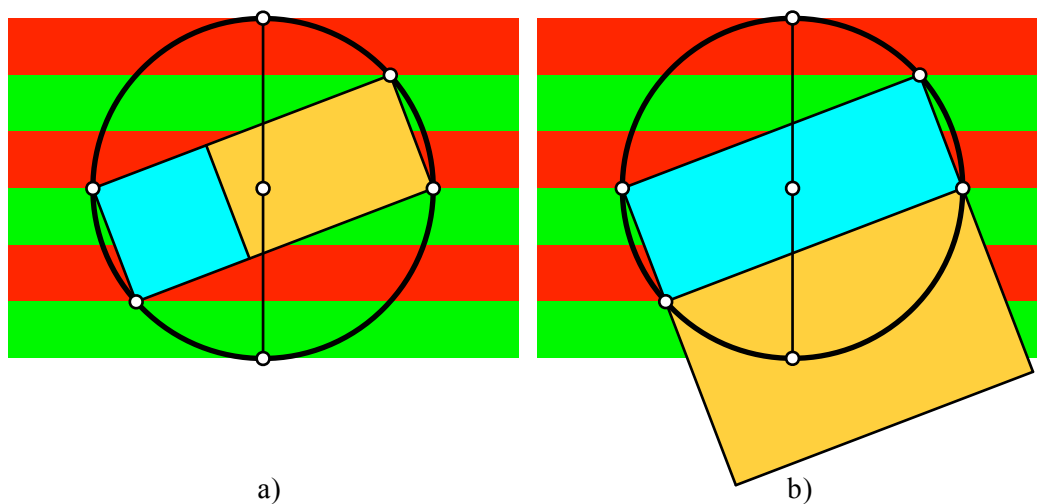


Abb. 3: Goldene Rechtecke

5 Im Dodekaeder

Die beiden Rechtecke der Abbildung 2 erscheinen auch im regulären Dodekaeder (Abb. 4).

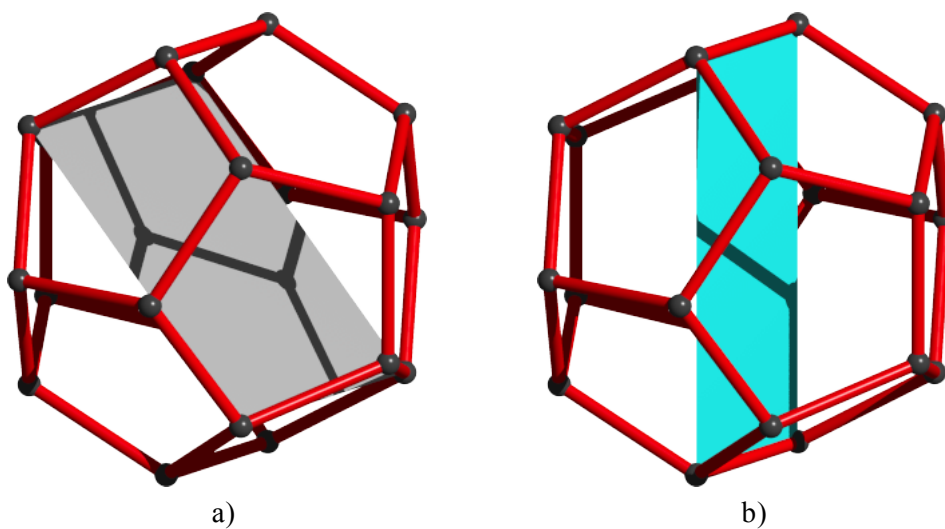


Abb. 6: Rechtecke im Dodekaeder

Literatur

Walser, Hans (2013a): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.

Walser, Hans (2013b): *DIN A4 in Raum und Zeit*. Silbernes Rechteck – Goldenes Trapez – DIN-Quader. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-69-1.