

Hans Walser, [20201223]

Stereografische Projektion

1 Worum geht es?

Wir projizieren die platonischen Körper vom Mittelpunkt aus auf ihre Umkugel (sphärische platonische Körper).

Wir wählen nun den Mittelpunkt eines sphärischen Seitenvielecks als Projektionszentrum für eine stereografische Projektion. Die Bilder der Kantenbögen sind Kreisbögen (Kreisinvarianz der stereografischen Projektion). Sie bilden insgesamt ein Schlegel-Diagramm mit Kreisbögen.

2 Technisches Vorgehen

Wir hängen an an die gradlinigen Schlegel-Diagramme, die sich aus der [stereografischen Projektion](#) ergeben. Die Ecken (Knoten) sind dieselben wie bei unseren gesuchten Schlegel-Diagrammen mit Kreisbögen. Aus der Winkelinvarianz der stereografischen Projektion lassen sich die Kreisbögen mit elementarer Geometrie in der Ebene konstruieren. Bei jeder Ecke (jedem Knoten) haben wir eine Gleichverteilung der Winkel.

Die radialen Strecken bleiben Strecken (Bilder von Großkreisen durch das Projektionszentrum).

Bögen und Strecken liegen auf durchgehenden Kreisen und Geraden (Möbiuskreise).

3 Die platonischen Körper

3.1 Tetraeder

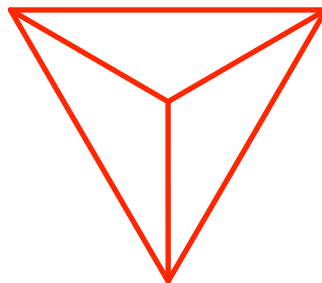


Abb. 1: Schlegel-Diagramm

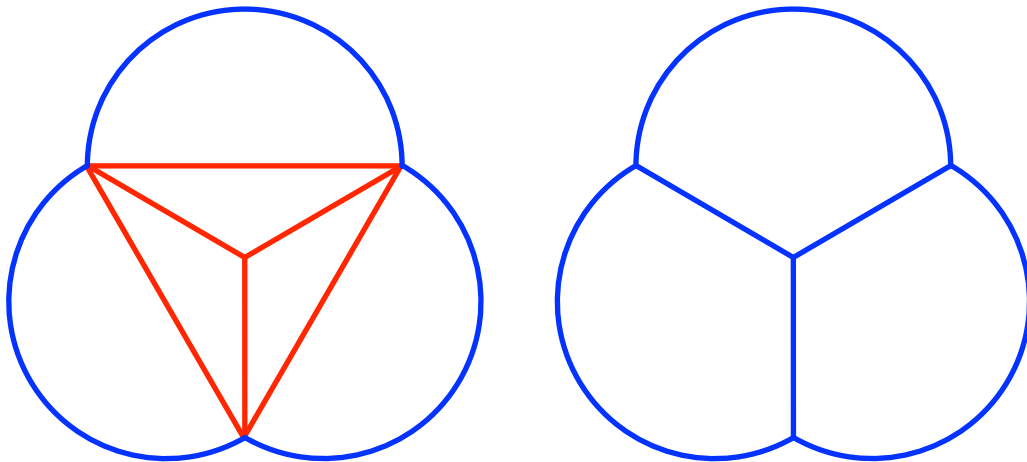


Abb. 2: Bogendiagramm

3.2 Hexaeder (Würfel)

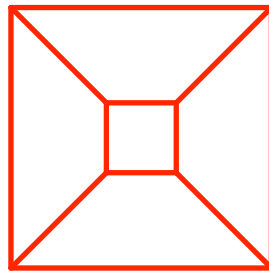


Abb. 3: Schlegel-Diagramm

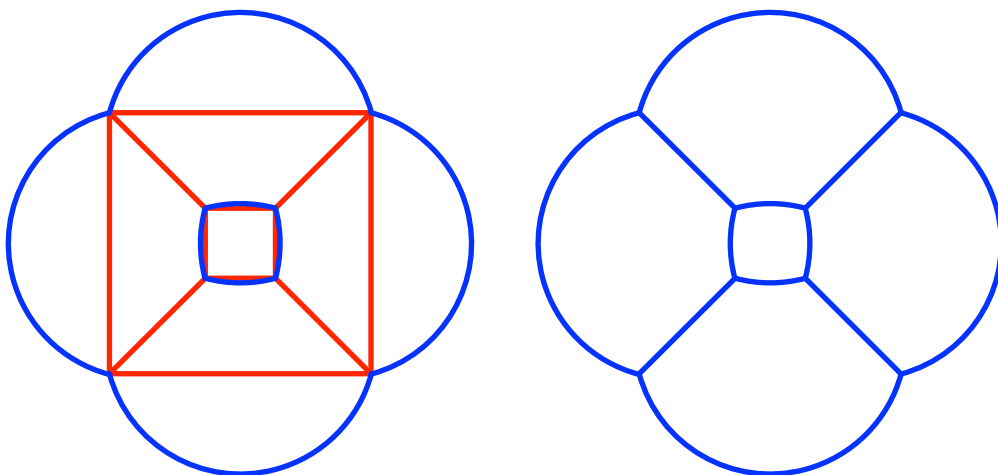


Abb. 4: Bogendiagramm

Die Bögen liegen auf durchgehenden Kreisen und Geraden (Abb. 5). Dies liegt daran, dass im sphärischen Hexaeder gegenüberliegende Kanten auf demselben Großkreis liegen.

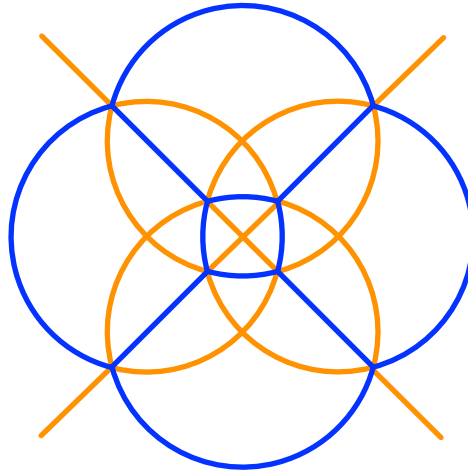


Abb. 5: Durchgehende Kreise

Bemerkung: In unserem Kontext der stereografischen Projektion werden Kreise und Geraden oft unter dem Oberbegriff *Möbiuskreise* zusammengefasst (August Ferdinand Möbius, 1790-1868).

3.3 Oktaeder

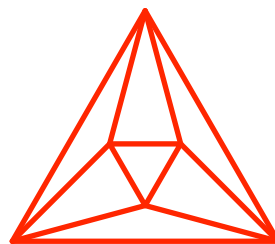


Abb. 6: Schlegel-Diagramm

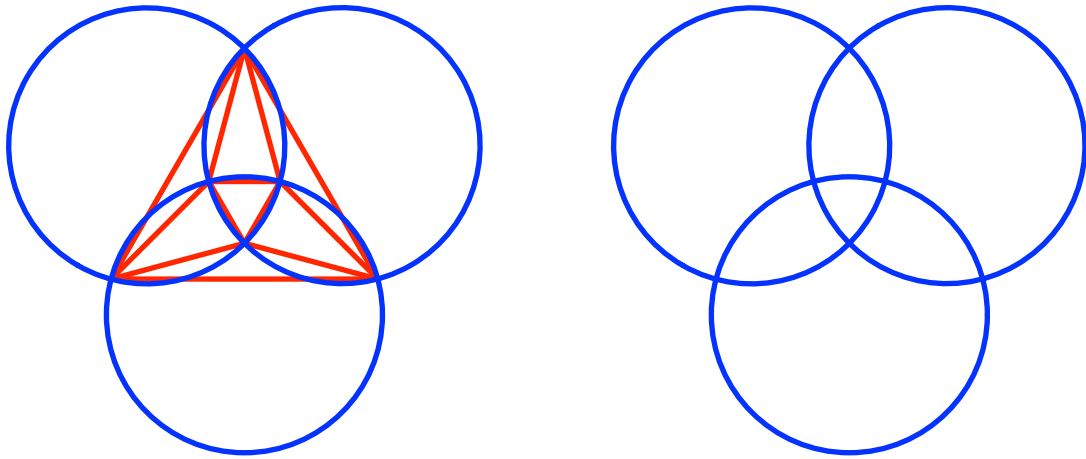


Abb. 7: Bogendiagramm

Das sphärische Oktaeder besteht aus drei paarweise orthogonalen Großkreisen. Das Bogendiagramm daher aus drei paarweise orthogonalen Kreisen.

3.4 Dodekaeder

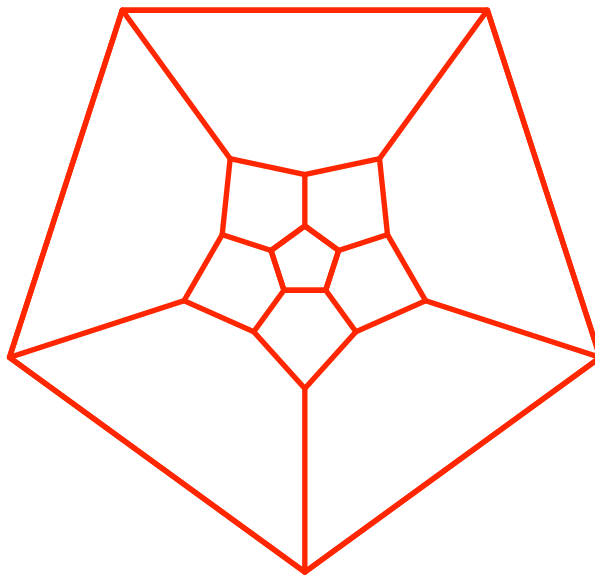


Abb.8: Schlegel-Diagramm

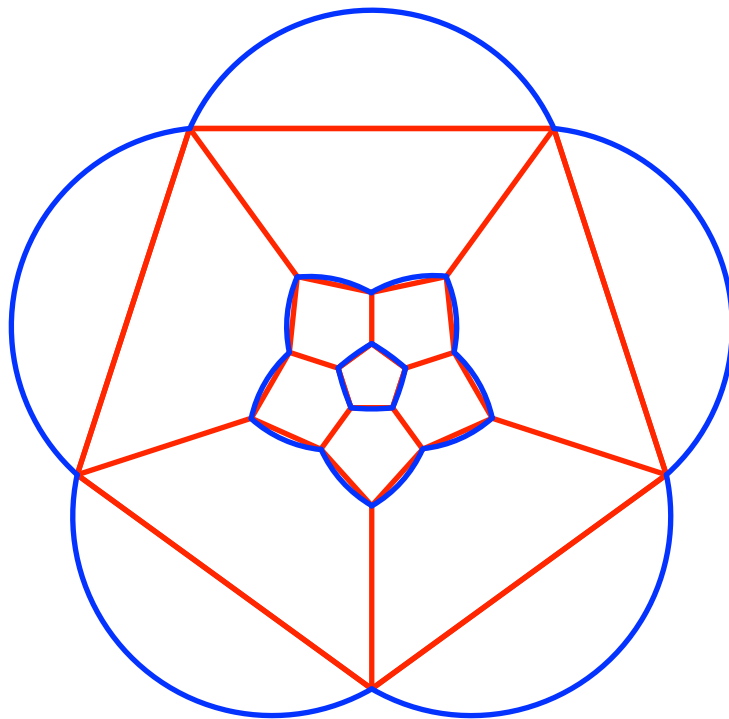


Abb. 9: Implementierte Bögen

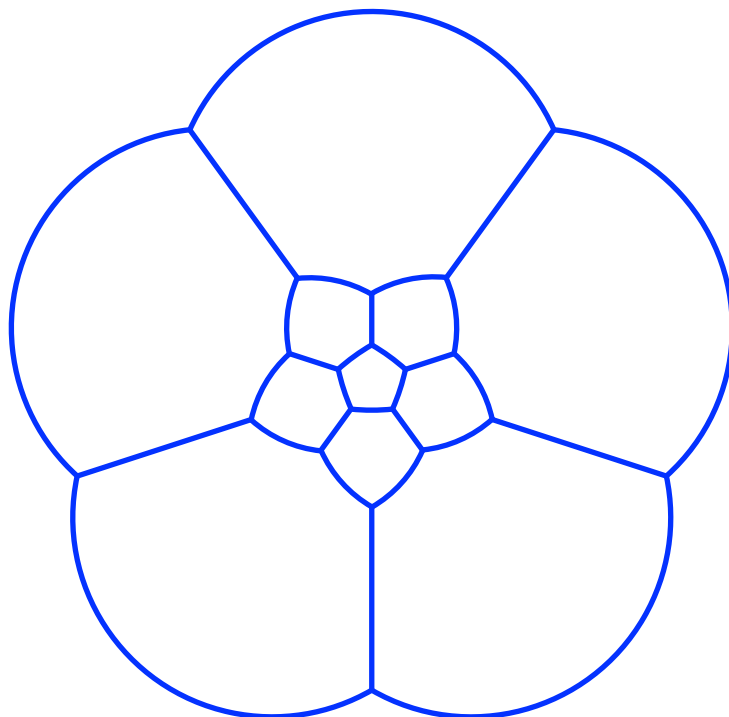


Abb. 10: Bogendiagramm

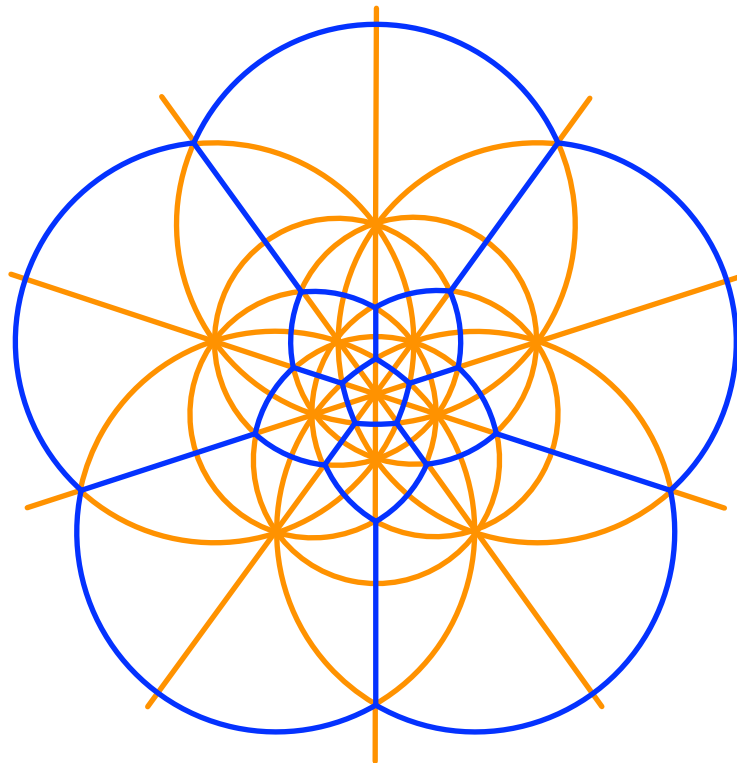


Abb. 11: Möbiuskreise

3.5 Ikosaeder

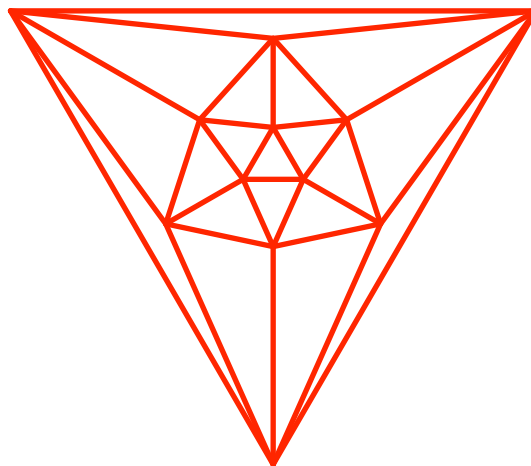


Abb. 12: Schlegel-Diagramm

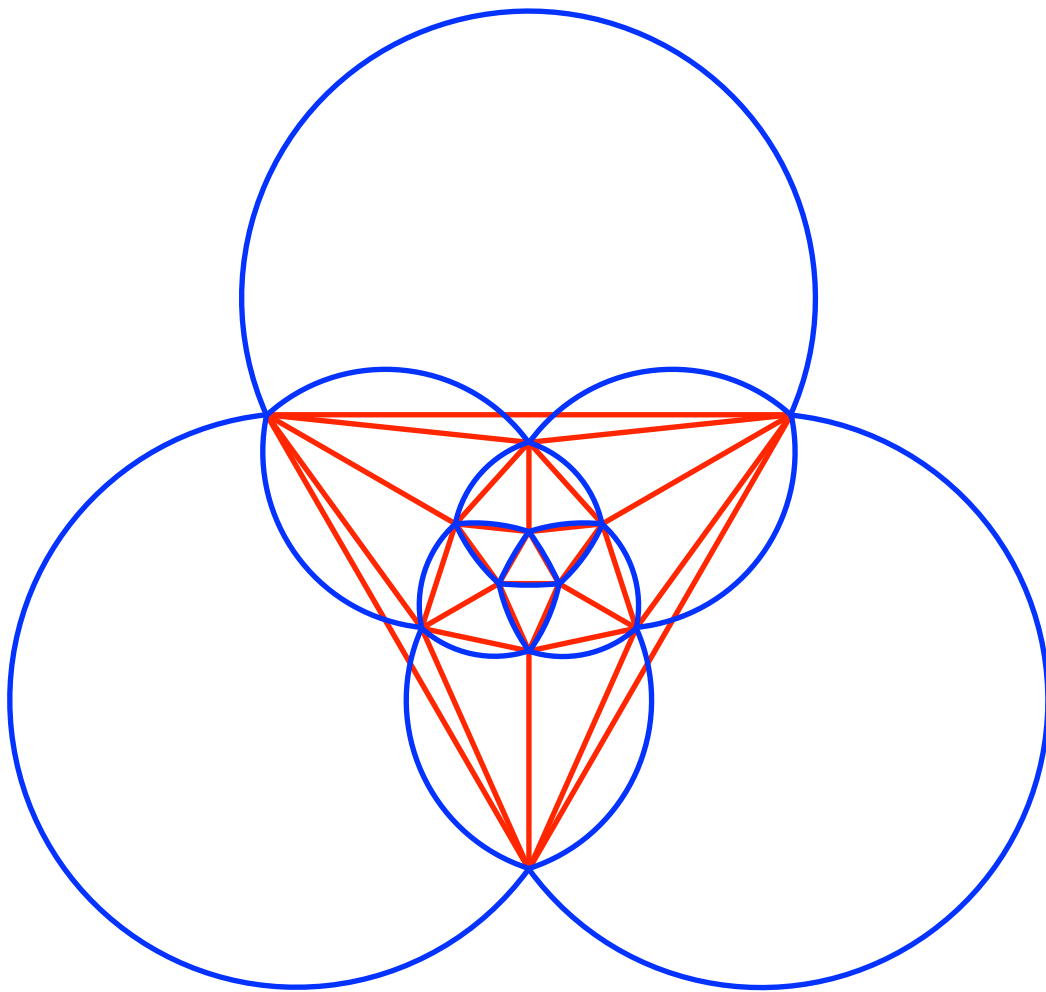


Abb. 13: Implementierte Bögen

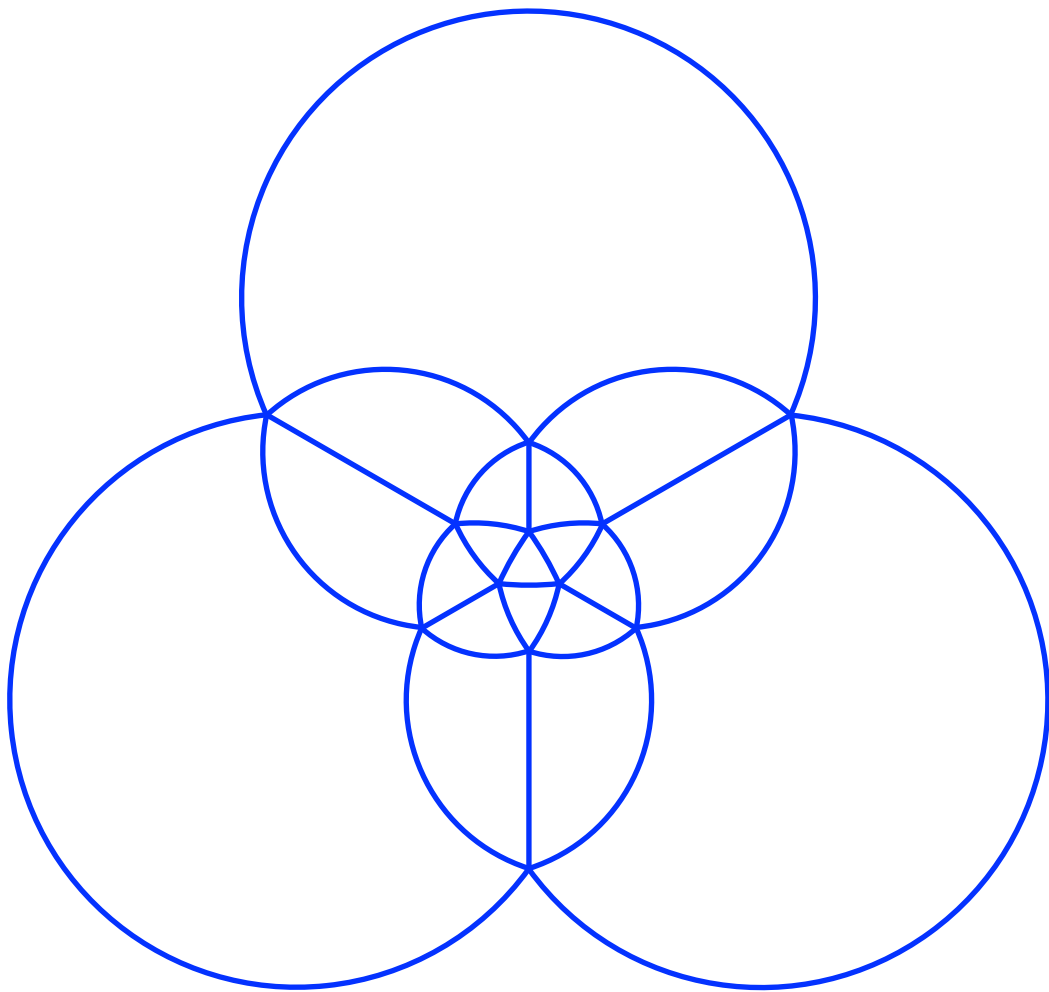


Abb. 14: Bogendiagramm

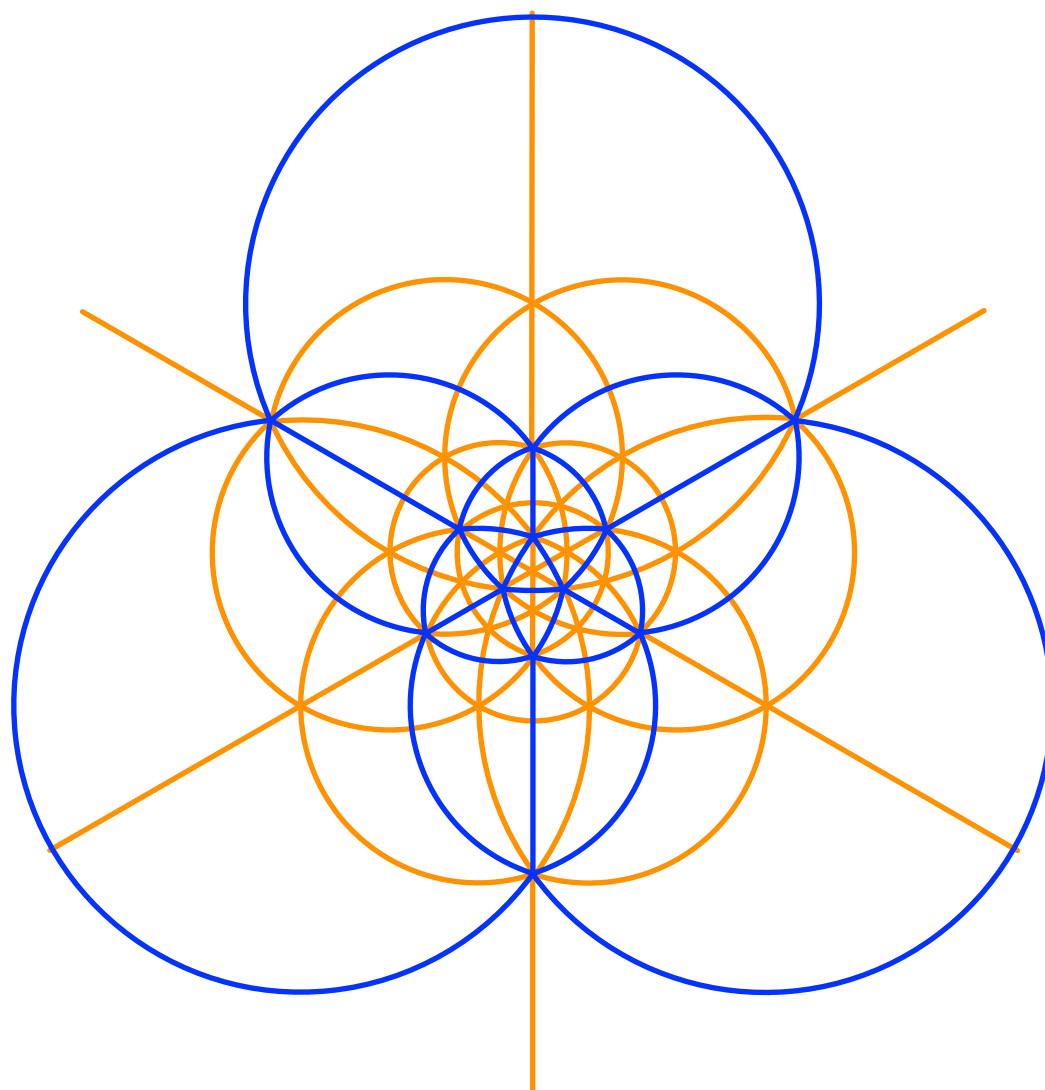


Abb. 15: Möbiuskreise

Websites

Hans Walser: Kuboktaeder

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kuboktaeder/Kuboktaeder.htm>

Hans Walser: Stereografische Projektion

http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Stereo_Proj/Stereo_Proj.htm

Hans Walser: Stereografische Projektion

http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Stereo_Proj_2/Stereo_Proj_2.htm

Hans Walser: Stereografische Projektion

http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Stereo_Proj_3/Stereo_Proj_3.htm