

Hans Walser, [20150718]

Spitz auf Spitz

1 Worum geht es?

Eine Spielerei um das Kugelvolumen.

2 Der Kegel

Die Abbildung 1 zeigt einen geraden Kreiskegel mit dem Bodenradius r und der Höhe $h = 2r$.



Abb. 1: Kegel

Er hat das Volumen:

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Das ist die Hälfte des Volumens der Kugel mit demselben Radius r .

3 Spitz auf Spitz

Die Idee ist nun, mit zwei solchen Kegeln einen Körper zu bauen, der dasselbe Volumen wie die Kugel hat. Dazu rammen wir einen zweiten (blauen) Kegel mit der Spitze nach unten von oben her in den ersten (roten) Kegel. Dabei nehmen wir an, dass der obere blaue Kegel aus härterem Material ist als der untere rote Kegel. Die Abbildung 2 zeigt einige Schritte des Einrammens.

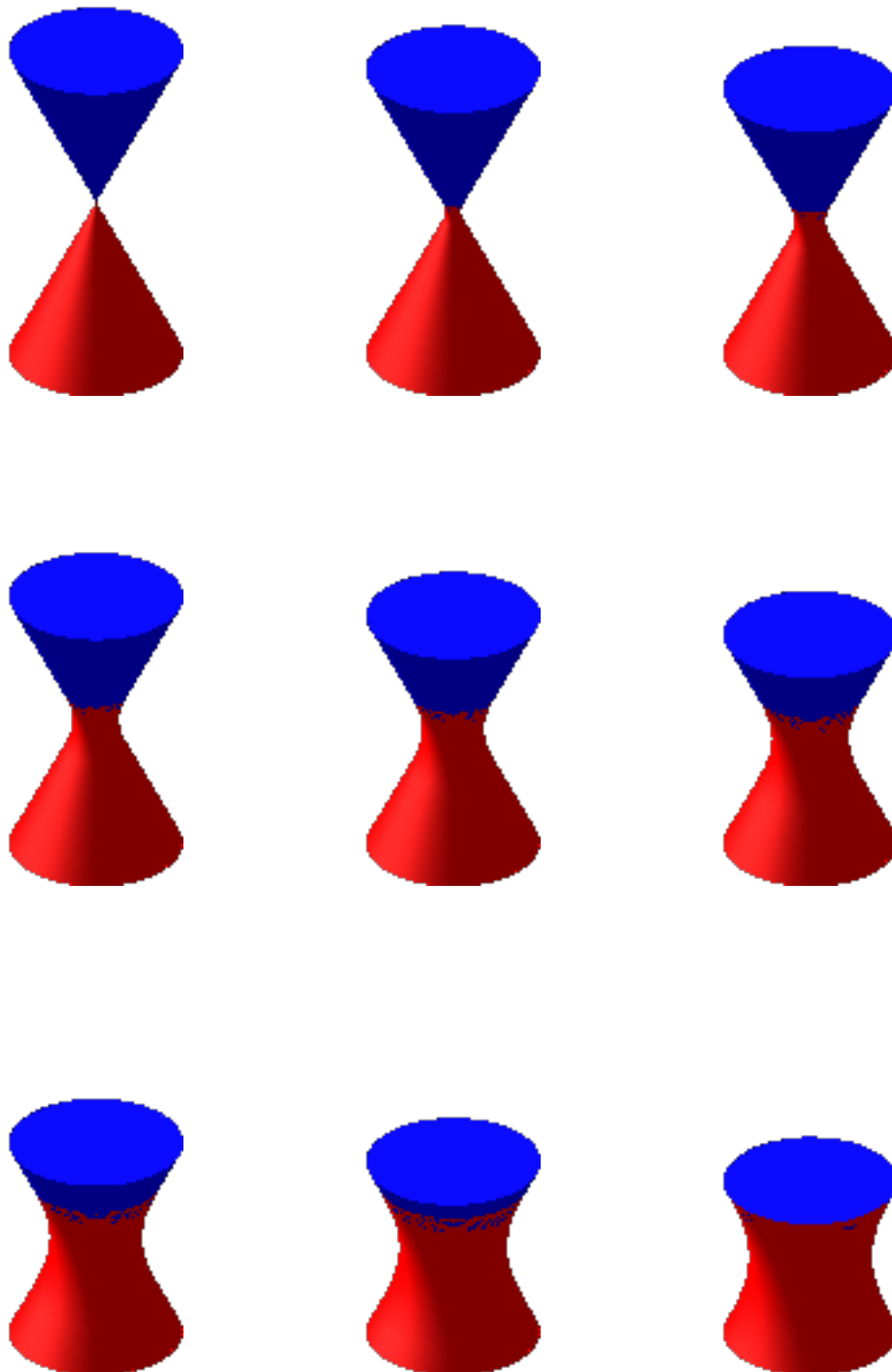


Abb. 2: Einrammen des blauen Kegels

Die Abbildung 3 zeigt dasselbe im Achsenschnitt.

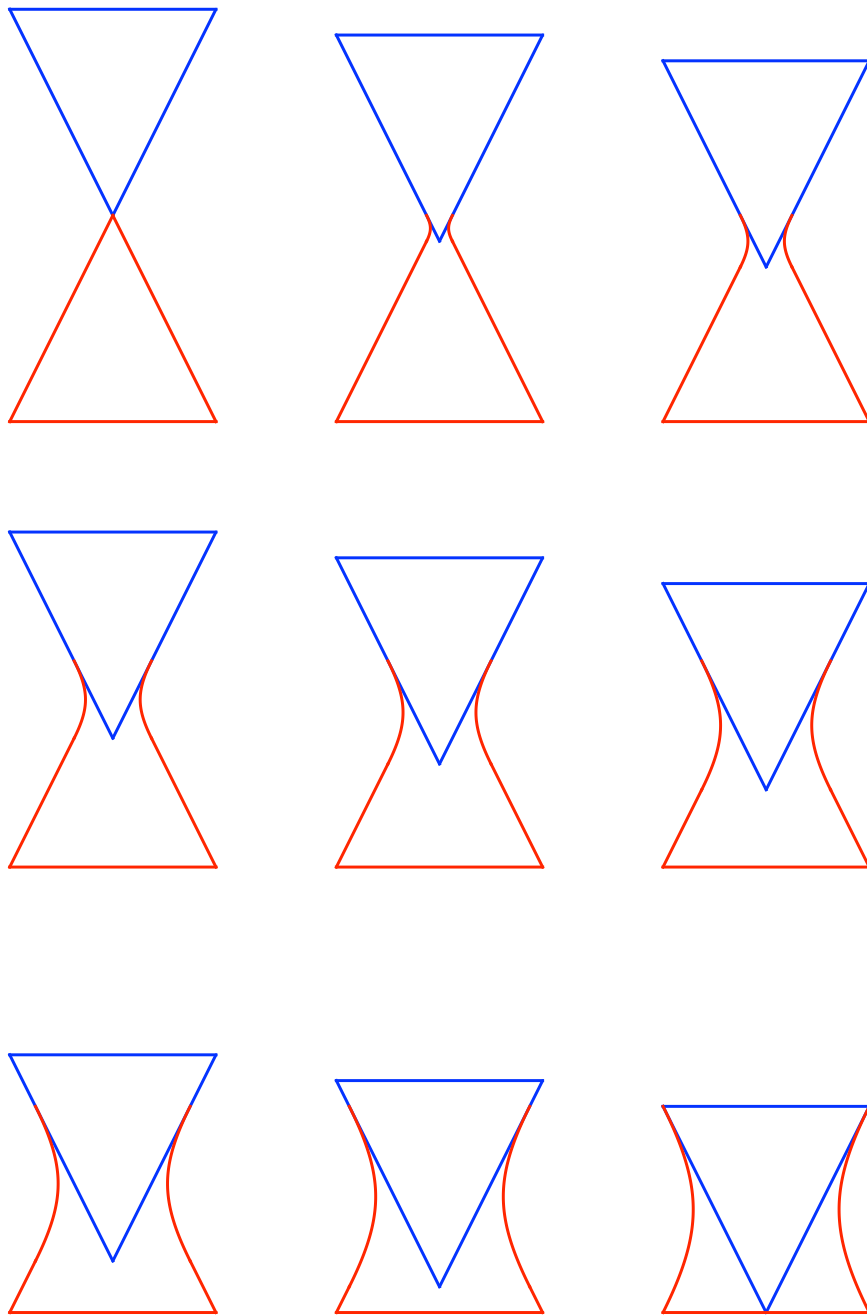


Abb. 3: Achsenschnitt

Die krummen Profillinien sind Hyperbeln, der Endkörper also ein Hyperboloid. Die Profilkurve dieses Hyperboloides hat die Gleichung:

$$2r^2 - h^2 = 1$$

Die Abbildung 4 zeigt das Hyperboloid im Vergleich mit der volumengleichen Kugel.

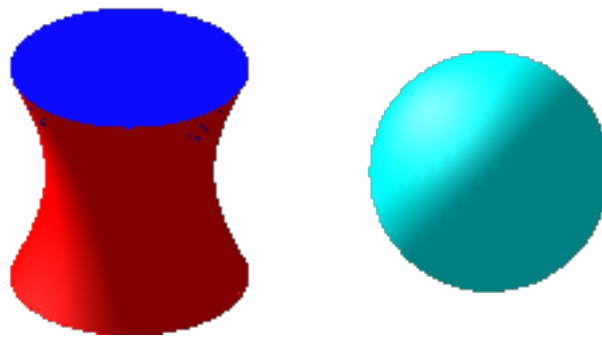


Abb. 4: Vergleich mit Kugel

Die Abbildung 5 zeigt dasselbe in Frontalansicht.

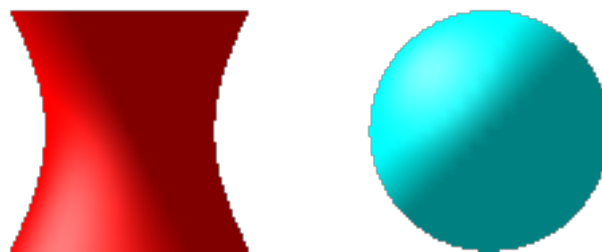


Abb. 5: Frontalansicht