Hans Walser, [20190403]
Anregung: Chr. H., O.

Mittellinie mal Breite

1 Worum geht es?

Die von der Trapezfläche her vertraute Formel „Mittellinie mal Höhe“ (Abb. 1) wird auf andere Figuren übertragen.

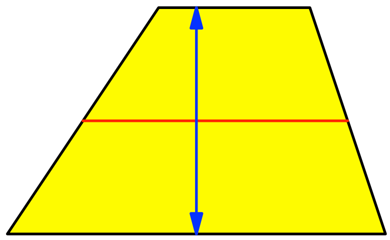

Abb. 1: Trapez

Statt „Höhe“ verwende ich den Ausdruck „Breite“.

2 Dreieck

Das Dreieck (Abb. 2) kann als Sonderfall des Trapezes gesehen werden.

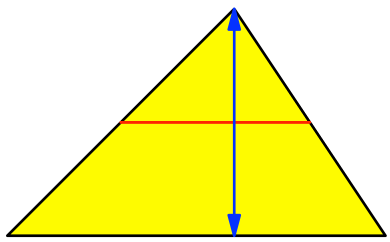

Abb. 2: Dreieck

3 Kreisringsektor

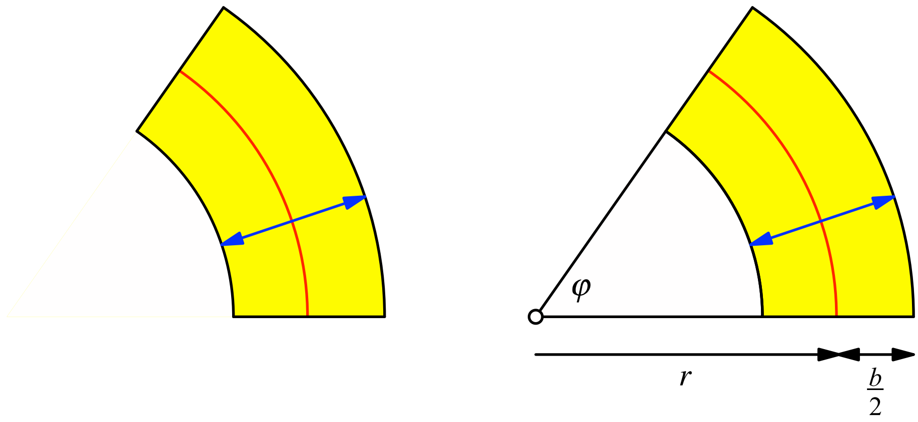

Abb. 3: Kreisringsektor

Der Flächeninhalt A des Kreisringsektors berechnet sich zunächst wie folgt.

$$A = \tfrac{1}{2}\left(r + \tfrac{b}{2}\right)^2 \varphi - \tfrac{1}{2}\left(r - \tfrac{b}{2}\right)^2 \varphi = \varphi r b \tag{1}$$

Nun ist aber φr die Mittellinie.

Kreisring einerseits und Kreissektor andererseits können als Sonderfälle des Kreisringsektors angesehen werden.

Auch der Kreis (Abb. 4) kann durch geeignetes Aufschneiden als Kreisringsektor gesehen werden. Für die Mittellinie Im erhalten wir:

$$m = 2\pi \tfrac{r}{2} = r\pi \tag{2}$$

Und wegen $b = r$ schließlich:

$$A = mb = r\pi r = r^2\pi \tag{3}$$

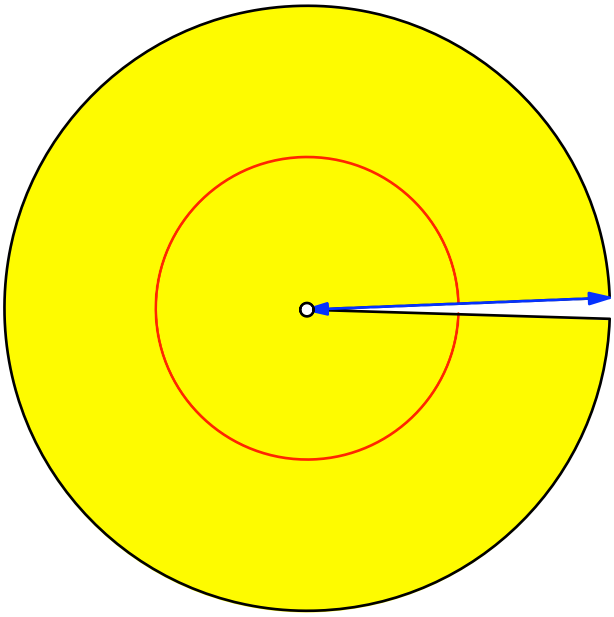

Abb. 4: Kreis als Kreisringsektor

4 Wo es nicht geht

Die Abbildung 5 zeigt ein gedrehtes Band (eigentlich eine Schraubenfläche). Die Mittellinie ist hier die Achse und die kürzeste Verbindung von unten nach oben. Alle anderen Schraubenlinien sind länger. Deshalb muss auch der Flächeninhalt größer sein als Mittellinie mal Breite.

Abb. 5: Gedrehtes Band

Die Abbildung 6 zeigt ein Artefakt dazu.

Abb. 6: Gedrehtes Band