

Hans Walser, [20090509b]

Matrix im goldenen Schnitt

Was sind die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrix?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

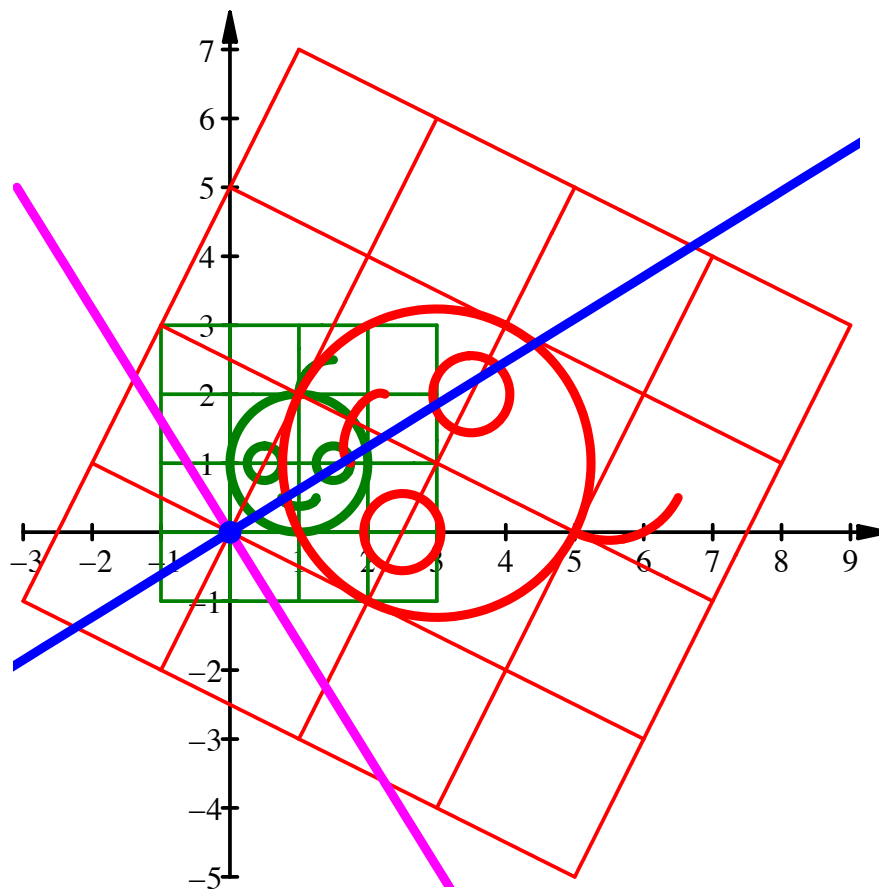
Bearbeitung

Für die Eigenwerte ergibt sich die charakteristische Gleichung $\lambda^2 - 5 = 0$. Somit haben wir die Eigenwerte $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{5}$. Zugehörige Eigenvektoren enthalten den goldenen Schnitt:

$$u_1 = \begin{bmatrix} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad u_2 = \begin{bmatrix} \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho \\ 1 \end{bmatrix}$$

Die Eigenvektoren sind orthogonal.

In der folgenden Abbildung wird die grüne Figur mit der Matrix auf die rote Figur abgebildet. Die blaue und die magenta Gerade geben die Richtungen der beiden Eigenvektoren an.



Abbildung