

Hans Walser, [20160724]

## **Kugelumriss im Schrägbild**

### **1 Worum geht es?**

Der Umriss einer im Schrägbild dargestellten Kugel ist eine Ellipse. Es wird ein Rezept zur schnellen Konstruktion vorgestellt.

### **2 Die Sonne bringt es an den Tag**

Das Schattenbild einer Kugel bei schräg einfallendem Licht (Sonnenlicht, praktisch Parallelbeleuchtung) ist eine Ellipse (Abb. 1).



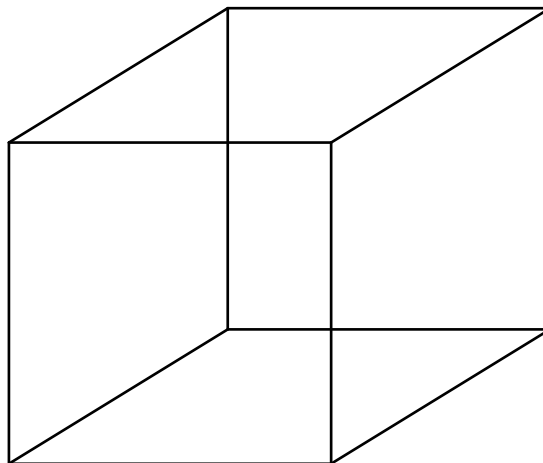
**Abb. 1: Schrägbild der Kugel**

Allgemein ist der Umriss eines Schrägbildes (Kavalierperspektive, japanische Axonometrie, Militärperspektive) einer Kugel eine Ellipse.

### **3 Inkugel eines Würfels**

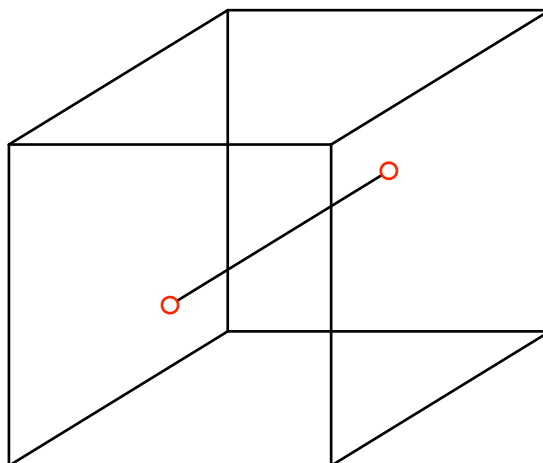
Zu einem Würfel im Schrägbild (Abb. 2) zeichnen wir die Inkugel.

Das Schrägbild ist an sich eine schematische Zeichnung und unanschaulich. Es ist nicht möglich, einen richtigen Würfel auch nur näherungsweise so wie im Schrägbild zu sehen. Der Würfel existiert nur in unserem Vorstellungsraum.



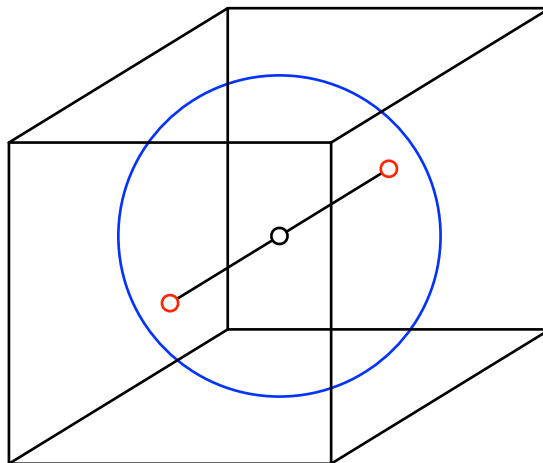
**Abb. 2: Schrägbild des Würfels**

Die Mittelpunkte der Vorderfront und der Rückwand sind die Brennpunkte der Kugelumrissellipse (Abb. 3). In unserem Vorstellungsraum verläuft die Inkugel durch diese beiden Punkte.

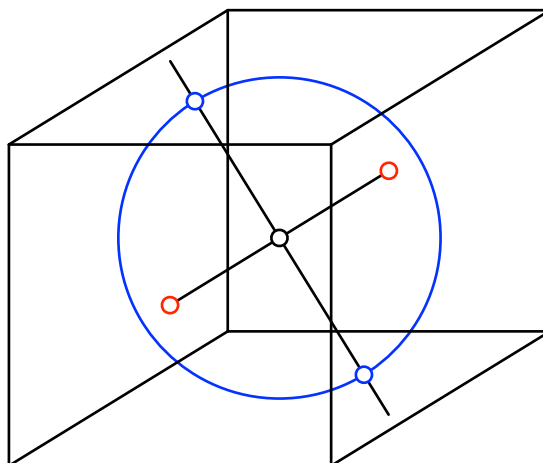


**Abb. 3: Brennpunkte**

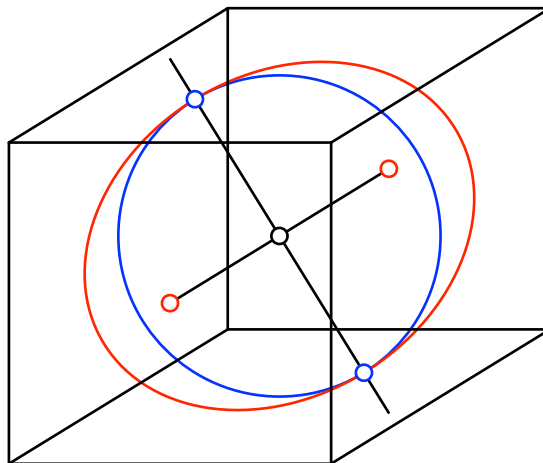
Um den Mittelpunkt zeichnen wir einen Kreis, dessen Durchmesser gleich groß ist wie die Kantenlänge des Würfels (Abb. 4). In unserem geografischen Vorstellungsraum ist dieser Kreis der  $90^{\circ}\text{E} / 90^{\circ}\text{W}$  –Meridiankreis.

**Abb. 4: Kreis**

Den Kreis der Abbildung 4 schneiden wir mit der Mittelsenkrechten der beiden Brennpunkte (Abb. 5). Dieser Schritt ist rein planimetrisch ohne Bezug zum Vorstellungsräum (oder vielleicht doch?).

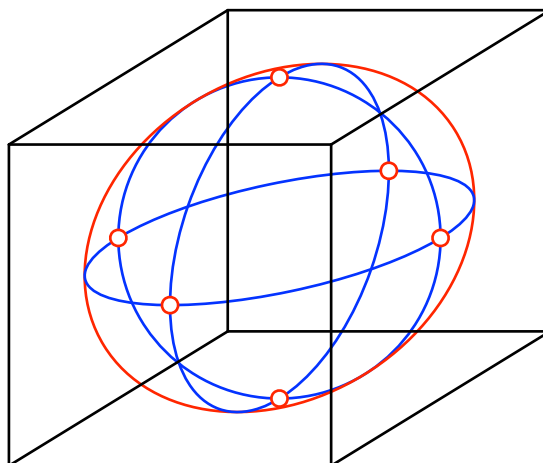
**Abb. 5: Mittelsenkrechte**

Der so erhaltene Durchmesser des Kreises ist die kurze Achse der gesuchten Umrissellipse. Zusammen mit den Brennpunkten haben wir jetzt genügend Information, um die Ellipse zu zeichnen (Abb. 6).



**Abb. 6: Umrissellipse der Inkugel**

In der Abbildung 7 sind zusätzlich die Bilder des Äquators und des Greenwich-Großkreises unseres Vorstellungsräume eingetragen, ebenso die Bilder von Nord- und Südpol. Dazu wurde mit konjugierten Durchmessern gearbeitet.

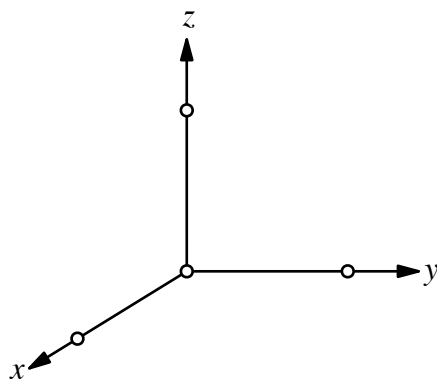


**Abb. 7: Bis hin zu den Polen**

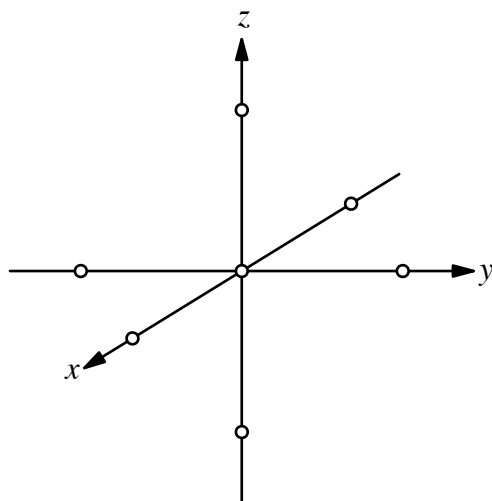
Die Figur sieht unnatürlich gequetscht aus. Das ist so bei Schrägbildern.

#### **4 Einheitskugel im Koordinatensystem-Schrägbild**

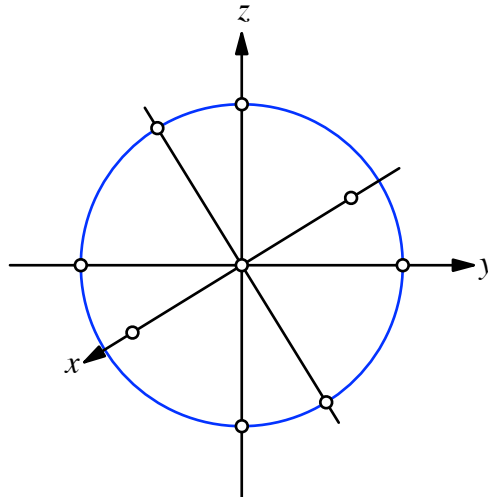
Wir zeichnen den Umriss der Einheitskugel in einem Koordinatensystem-Schrägbild (Abb. 8). Auf jeder Achse ist der Einheitspunkt eingezeichnet.

**Abb. 8: Koordinatensystem**

Wir spiegeln die Einheitspunkte am Ursprung (Abb. 9). Auf der  $x$ -Achse erhalten wir so die Brennpunkte der gesuchten Umrissellipse.

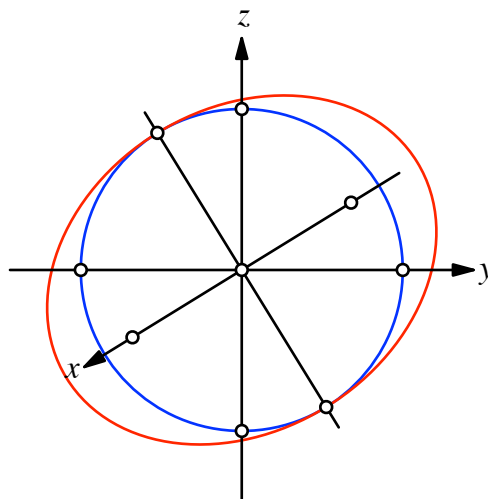
**Abb. 9: Spiegeln der Einheitspunkte. Brennpunkte**

Durch die Einheitspunkte auf der  $y$ - und  $z$ -Achse zeichnen wir einen Kreis und schneiden diesen mit der Mittelsenkrechten der beiden Brennpunkte (Abb. 10). So erhalten wir die kurze Achse der gesuchten Umrissellipse.



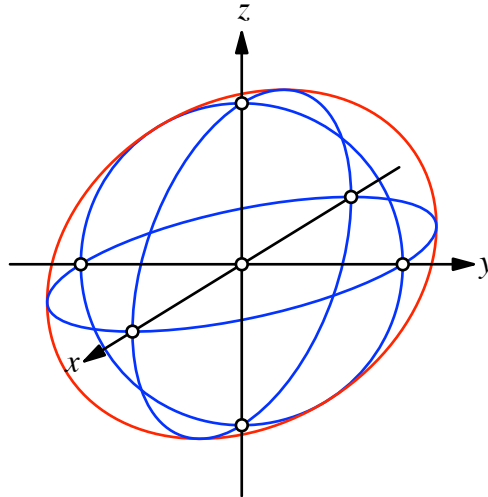
**Abb. 10: Kurze Achse**

Nun können wir die Umrissellipse zeichnen (Abb. 11).



**Abb. 11: Umrissellipse**

In der Abbildung 12 sind zusätzlich die Bilder der Einheitskreise in der  $x,y$ -Ebene und der  $x,z$ -Ebene eingezeichnet.



**Abb. 12: Bilder der Einheitskreise in den Rissebenen**