

Hans Walser, [20200813]

## Klammern

Anregungen:

S. M., Z.

Giuseppe Peano, Torino

### 1 Worum geht es?

Spiel mit Mengen und Klammern. Anzahlen

### 2 Problem

Wie viele Elemente hat die Menge:

$\{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}$

### 3 Bearbeitung

$\{\}$

Am Anfang war das Nichts (leere Menge).

$\{\{\}\}$

Die Menge mit dem Nichts hat ein Element. „Das Nichts nichtet eben nicht“ (nicht Heidegger, sondern Specker).

$\{\{\}, \{\{\}\}\}$

Nun haben wir zwei Elemente, nämlich die leere Menge und die Menge mit der leeren Menge als Element.

$\{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}$

Nun haben wir drei Elemente, nämlich die leere Menge und die Menge mit der leeren Menge als Element und die Menge mit der leeren Menge und der Menge mit der leeren Menge als Element.

Und so weiter.

### 4 Farbliche Kennzeichnung

Klammerpaare jeweils in gleicher Farbe.

{ }

{ { } }

{ { }, { { } } }

{ { }, { { } }, { { }, { { } } }

### 5 Tabellarische Auflistung

$n$	Menge	Anzahl Klammerpaare	Anzahl Komma
0	{ }	1	
1	{ { } }	2	0
2	{ { }, { { } } }	4	1
3	{ { }, { { } }, { { }, { { } } }	8	3
4	{ { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }	16	7
5	{ { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }	32	15
6	{ { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }	64	31
7	{ { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }, { { }, { { } }, { { }, { { } } }	128	63
$n$		$2^n$	$2^{n-1} - 1$

Die Konstruktion geht so: Man nimmt die alte Menge und fügt in diese als weiteres Element sich selber ein. Daher nimmt die Anzahl der Elemente um 1 zu. Die Anzahl der Klammerpaare verdoppelt sich. Die Anzahl der Kommas verdoppelt sich, und es kommt ein neues Komma dazu.

## 6 Visualisierungen

### 6.1 Berge

Jede öffnende Klammer gibt eine Aufwärts-Strich, jede schließende Klammer einen Abwärts-Strich (Abb. 1).

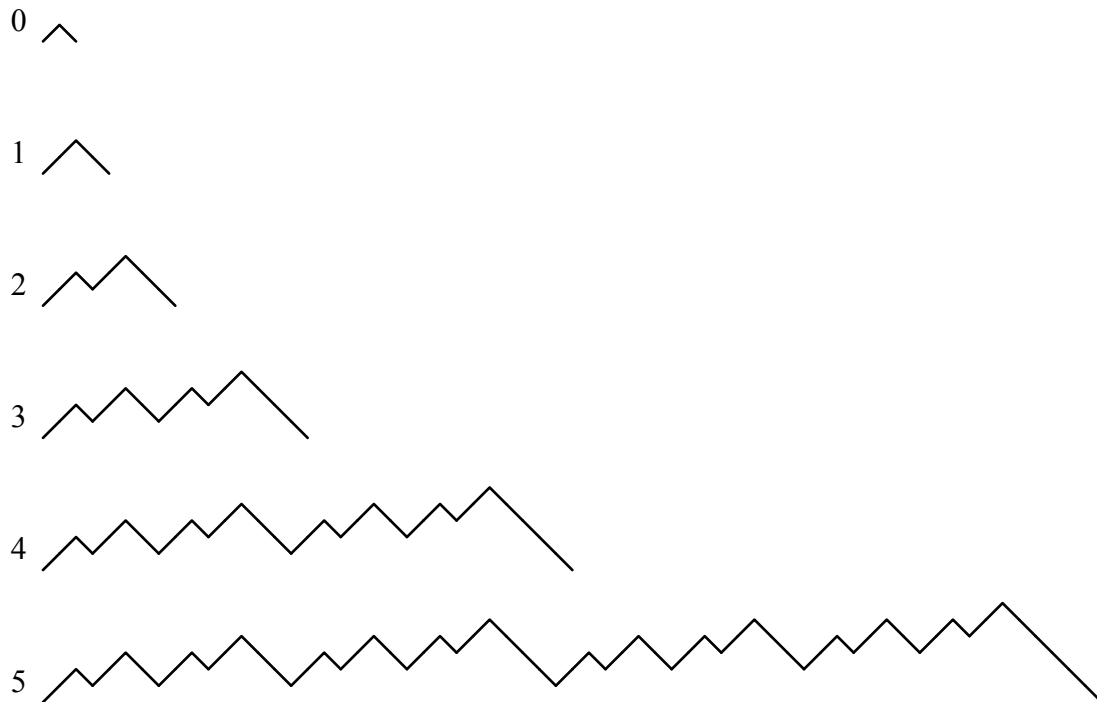


Abb. 1: Wo Berge sich erheben

### 6.2 Stufen

Die Auf- oder Abwärtsstriche der Abbildung 1 sind in Stufen mit Quadraten aufgelöst (Abb. 2). Ein Aufwärts-Strich gibt ein rotes Quadrat, ein Abwärts-Strich ein blaues.

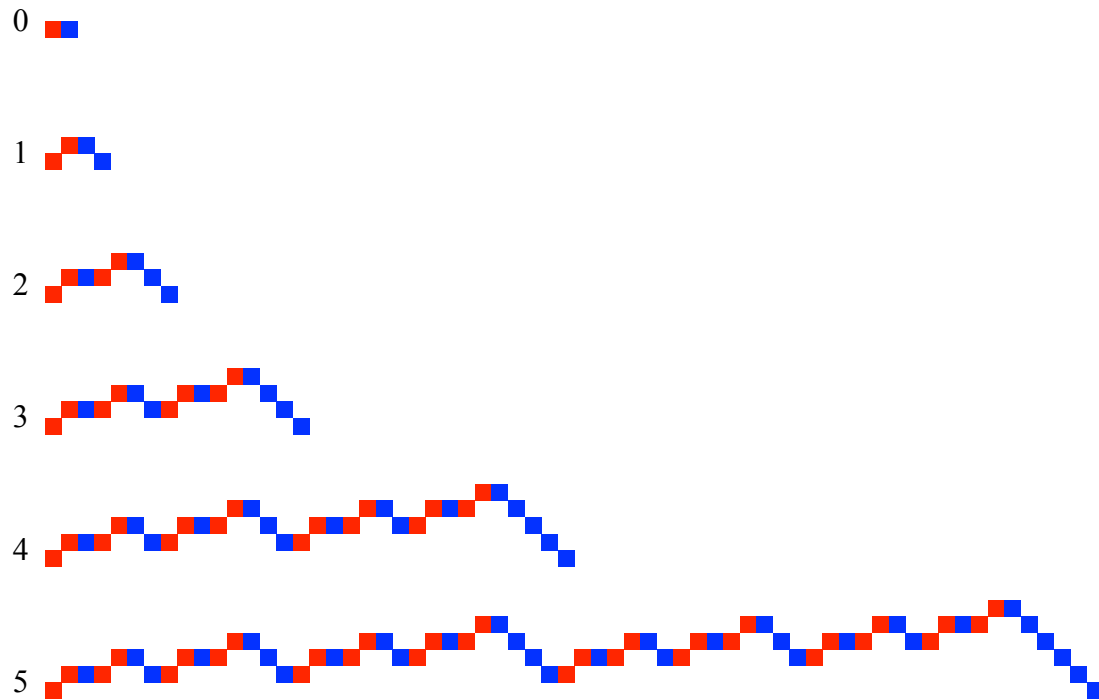


Abb. 2: Stufen

Wir zählen nun auf jedem Niveau je die Anzahl der roten und der blauen Quadrate (Abb. 3). Wir erkennen die Binomialkoeffizienten.

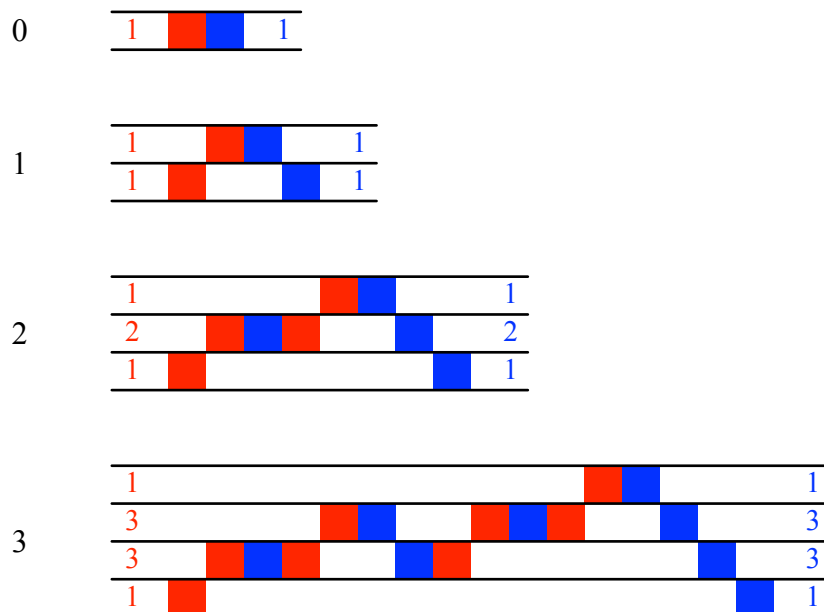


Abb. 3: Binomialkoeffizienten