

Hans Walser, [20200219]

## Kiepert-Hyperbel

### 1 Worum geht es?

Alternative Methode zur Generierung der Kiepert-Hyperbel

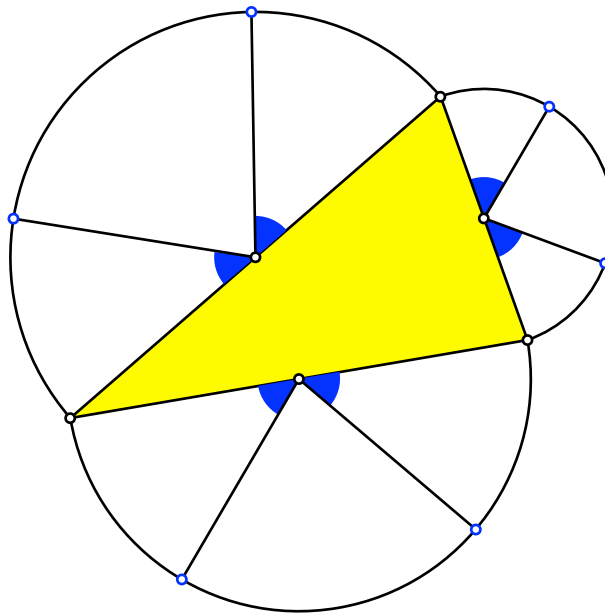
Numerisch überprüft. Keine Beweise

### 2 Die Kiepert-Hyperbel

Die Kiepert-Hyperbel ist der Kegelschnitt durch die drei Ecken eines Dreiecks, den Schwerpunkt und den Höhenschnittpunkt. Sie ist gleichseitig. Sie enthält etliche andere „besondere Punkte“ im Dreieck, etwa den Fermat-Punkt.

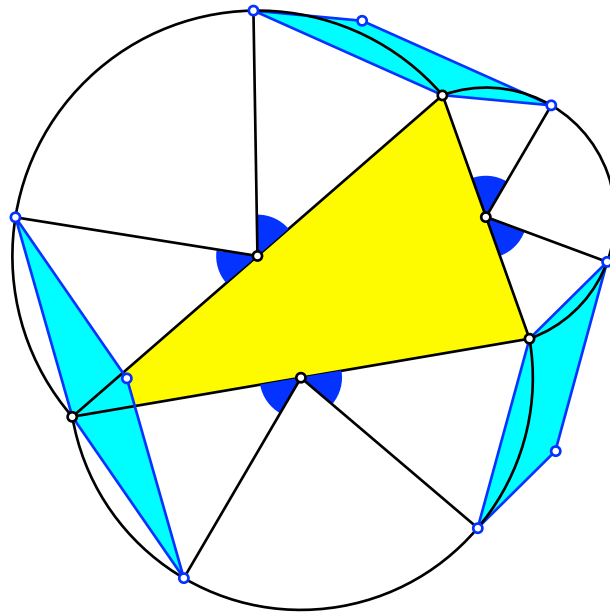
### 3 Das Vorgehen

Einem beliebigen Dreieck setzen wir (Halb-)kreise an und tragen sechs gleiche Winkel ab gemäß Abbildung 1.



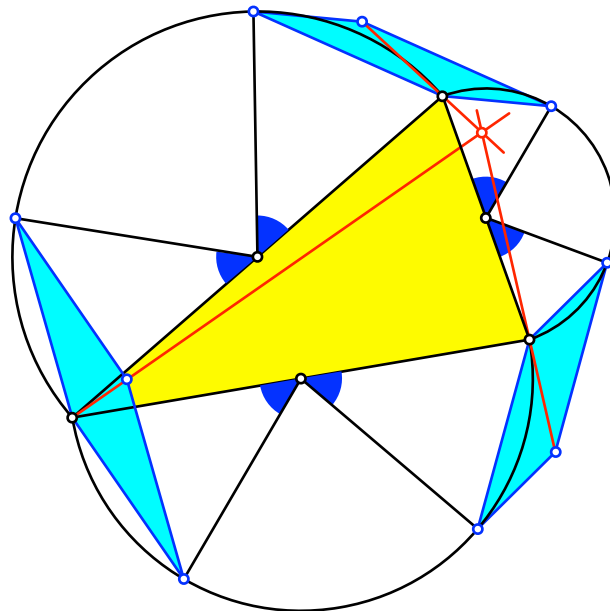
**Abb. 1: Dreieck. Halbkreise. Winkel**

Nun ergänzen wir zu Parallelogrammen (Abb. 2).



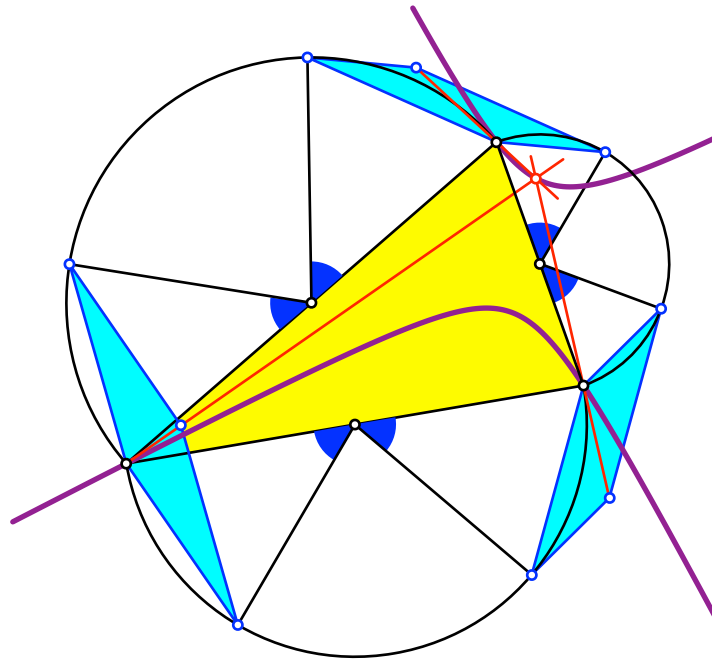
**Abb. 2: Parallelegramme**

Die Trägergeraden der drei von einer Dreiecksecke ausgehenden Parallelogramm-Diagonalen schneiden sich in einem Punkt (Abb. 3). Numerisch überprüft.



**Abb. 3: Schnittpunkt**

Der Schnittpunkt liegt auf der Kiepert-Hyperbel (Abb. 4).



**Abb. 4: Kiepert-Hyperbel**

#### 4 Parametrisierung

Wenn wir den blauen Winkel von  $0^\circ$  bis  $360^\circ$  variieren, ergibt sich die gesamte Kiepert-Hyperbel. Die Parallelelogramme überschneiden sich.

#### 5 Sonderfälle

Spezielle Werte für den blauen Winkel:

Für  $60^\circ$  ergibt sich der äußere Fermat-Punkt. Die drei Parallelelogramm-Diagonalen sind gleich lang. Ihre Trägergeraden schneiden sich unter Winkeln von  $60^\circ$ .

Für  $180^\circ$  ergibt sich der Schwerpunkt. Die drei Parallelelogramme sind flächengleich, aber nicht kongruent.

Für  $300^\circ$  ergibt sich der innere Fermat-Punkt. Die drei Parallelelogramm-Diagonalen sind gleich lang. Ihre Trägergeraden schneiden sich unter Winkeln von  $60^\circ$ .

Für die Grenzwerte  $0^\circ$  oder  $360^\circ$  nähern sich die Trägergeraden der Diagonalen den Dreieckshöhen an. Es ergibt sich der Höhenschnittpunkt.

## **Literatur**

Eddy, R.H. / Fritsch, R. (1994): The Conics of Ludwig Kiepert: A Comprehensive Lesson in the Geometry of the Triangle. *Mathematics Magazine*. Vol. 67, No. 3, June, p. 188 - 205.

Walser, Hans (2012): 99 Schnittpunkte. Beispiele – Bilder – Beweise. 2. Auflage. EA-GLE, Edition am Gutenbergplatz: Leipzig. ISBN 978-3-937219-95-0.

## **Websites**

Hans Walser: Kiepert-Hyperbel

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kiepert/Kiepert.htm>