Hans Walser, [20131205]

## Das Hohle-Gasse-Paradoxon

*Durch diese hohle Gasse muss er kommen. Es führt kein andrer Weg nach Küssnacht.*

Schiller, Wilhelm Tell

Ein (scheinbares) Paradoxon: Der Weg in der hohlen Gasse steigt leicht an, links und rechts türmen sich sehr steile Wände und Böschungen. Wir befinden uns im Punkt $G$ mitten auf dem Weg durch die hohle Gasse (Abb. 1). In welcher Richtung ist nun die Steigung am größten?

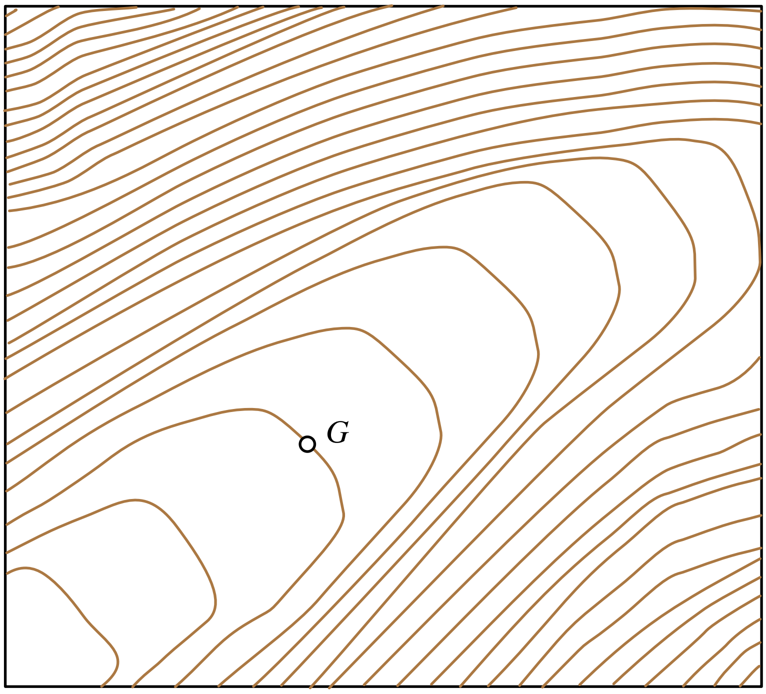


**Abb. 1: Die hohle Gasse in der Karte**

### Bearbeitung

Die Frage löst bei Schülern und Studierenden heftige Diskussionen aus. Die einen sagen, am steilsten sei es nach links oben, wo die Höhenlinien nahe beieinander liegen. Nach rechts unten ist es auch steil, aber etwas weniger.

Die korrekte Antwort ist aber die, dass es auf dem leicht ansteigenden Weg in der hohlen Gasse, also geradeaus, am steilsten ist.

Formal kann das damit begründet werden, dass der Gradient, also die Richtung des steilsten Anstieges, rechtwinklig zu den Höhenlinien steht. Aber gerade diese formale Begründung wird als unsinnig angesehen: „Die spinnen, die Mathematiker".

Das Problem basiert auf einer Vermischung von lokalem und globalem Denken. Um nach links oben zu gelangen, müssen wir uns auf dem Weg in der hohlen Gasse zunächst etwas seitwärts bewegen, also in etwa in der Richtung der Höhenlinie. Das ist aber horizontal, im Gegensatz zum leicht ansteigenden Weg in der hohlen Gasse.

Wenn wir uns vorstellen, dass in der hohlen Gasse so dichter Nebel herrsche, dass wir nicht einmal mehr die Seitenböschungen sehen, stellt sich das Problem gar nicht mehr, und der steilste Anstieg ist selbstverständlich geradeaus.

Aus diesem dichten Nebel oder besser aus der verbleibenden kurzen Sichtdistanz haben die Mathematiker dann die berühmte Epsilon-Umgebung gemacht.