

Hans Walser, [20190516]

## Dudeney

### 1 Worum geht es?

Dreidimensionales virtuelles Gelenkmodell zur Visualisierung der Zerlegung eines Quadrates in ein gleichseitiges Dreieck nach Dudeney.

### 2 Die Zerlegung

Die Abbildung 1 zeigt die Zerlegung nach Dudeney.

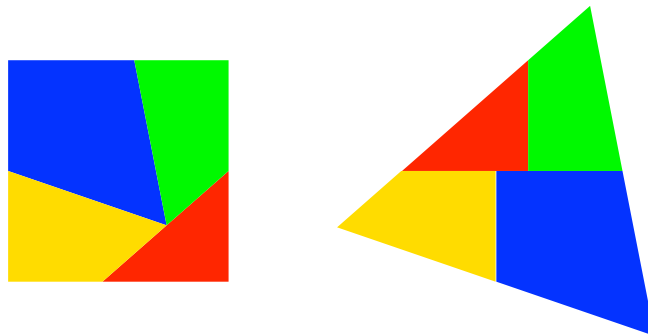


Abb. 1: Zerlegung nach Dudeney

### 3 Gelenke

Es gibt verschiedene Gelenkmodelle, um den Übergang von Quadrat zum Dreieck zu zeigen. Alle mir bekannten Gelenkmodelle arbeiten mit den in der Abbildung 2 eingezeichneten Gelenkpunkten. Auch wir werden mit diesen Gelenkpunkten arbeiten.

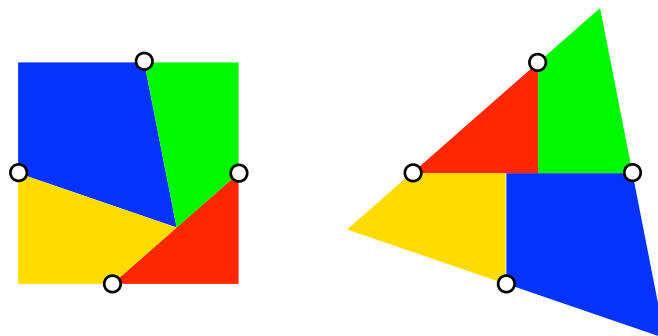
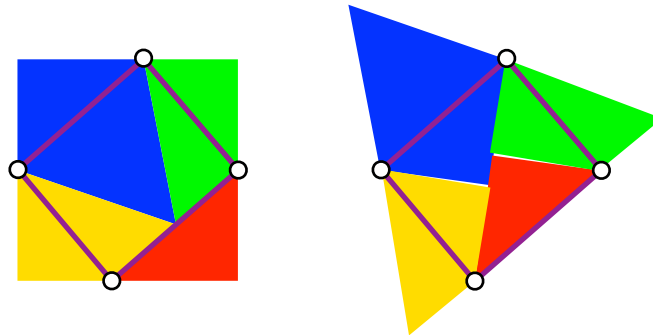


Abb. 2: Gelenkpunkte

Die vier Gelenkpunkte bilden ein Parallelogramm. Dieses ist aber kein Rechteck. Die Abweichung vom rechten Winkel beträgt allerdings nur etwa  $0.5964^\circ$  und kann daher von bloßem Auge zunächst nicht wahrgenommen werden.

#### 4 Eine falsche Idee

Wir spiegeln die vier Teile der Quadrat-Zerlegung je an einer Seite des Parallelogramms (Abb. 3).



**Abb. 3: Ein kleiner Fehler**

Wir erkennen im Innern der Figur rechts minime Unstimmigkeiten. Diese sind die Folge der Abweichung des Parallelogramms vom Rechteck.

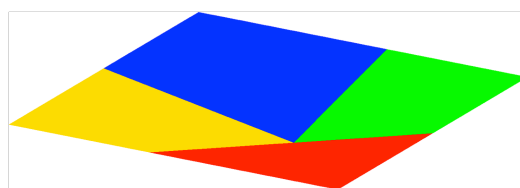
Wir müssen also diese Abweichung auskorrigieren.

Weiter ist bei der Figur rechts der Abbildung 3 die zyklische Anordnung der vier Teile umgekehrt als beim Dreieck der Abbildung 2. Dies ist eine Folge des Spiegeln.

#### 5 Drehungen im Raum

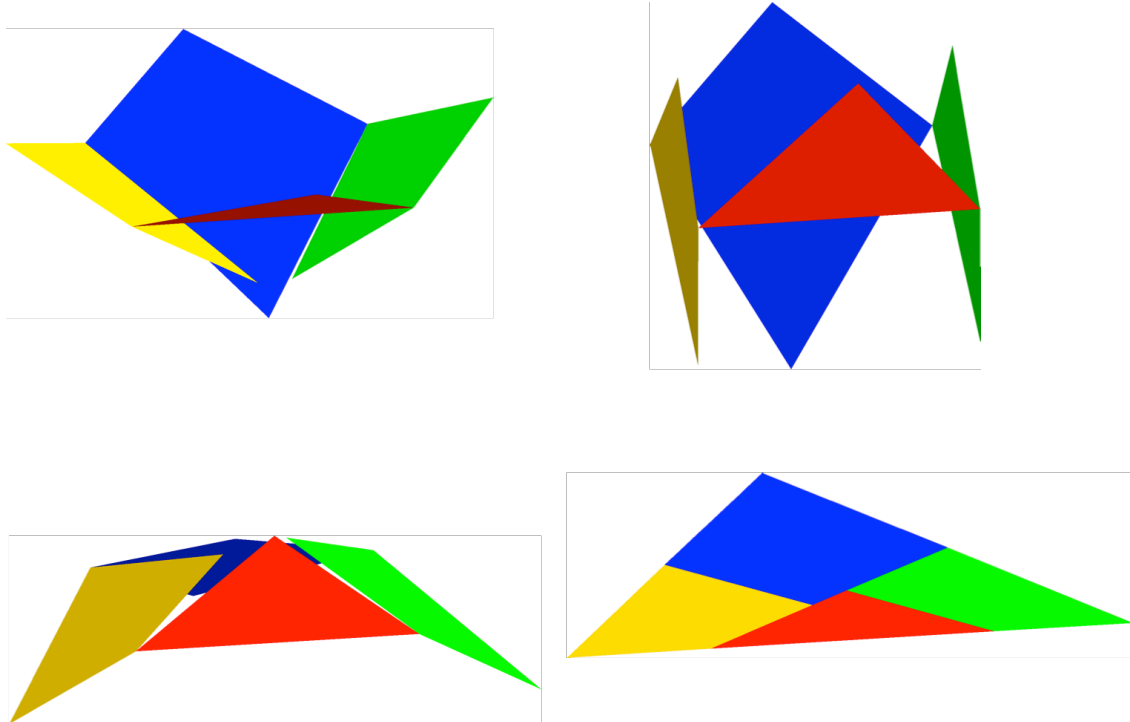
Die Idee ist nun, dass wir die vier Teile um die Seiten des Parallelgramms räumlich drehen und im gleichen Prozess die Abweichung vom rechten Winkel justieren.

Wir legen das Quadrat zunächst in die  $xy$ -Ebene eines räumlichen Koordinatensystems (Abb. 4). Das Quadrat erscheint jetzt natürlich verzerrt (schiefe Sicht). Es entspricht aber den Quadraten der Abbildungen 1 bis 3.



**Abb. 4: Quadrat im Raum**

Nun drehen wir die einzelnen Teile um die Parallelogrammseiten (Abb. 5) und verändern das Parallelogramm gleichzeitig so, dass es am Schluss seinem Spiegelbild entspricht.



**Abb. 5: Drehungen im Raum**

Nach diesem Prozess haben wir ein sauberes Dreieck. Es ist aber spiegelbildlich zum Dreieck der Abbildung 1. Wenn wir es allerdings von unten ansehen (im Raum können wir das), entspricht es dem Dreieck der Abbildung 1.

Dieser Studie ist eine Animation beigegeben, welche den Drehprozess illustriert.

## **Weblinks**

DITOH, Spezieller platonischer Körper

<https://www.ditoh.com>

Hans Walser: Sechseckpuzzle

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Sechseckpuzzle/index.html>

Hans Walser: Kreuzpuzzle

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kreuzpuzzle2/index.html>

Hans Walser: Frederickson

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/F/Frederickson/index.html>

Hans Walser: Dudeney

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/D/Dudeney2/Dudeney2.htm>