

Hans Walser, [20161011]

Winkler-Graph

1 Worum geht es?

Es wird eine Schritt-für-Schritt-Konstruktion des Winkler-Graphs (Winkler 2016) mit Beweis der Schließungseigenschaft besprochen.

Der Winkler-Graph (Abb. 1) ist ein 4-regulärer Streichholzgraph mit 114 Kanten. Nach dem [Harborth-Graph](#) (104 Kanten) ist er der zweitkleinste bekannte 4-reguläre Streichholzgraph.

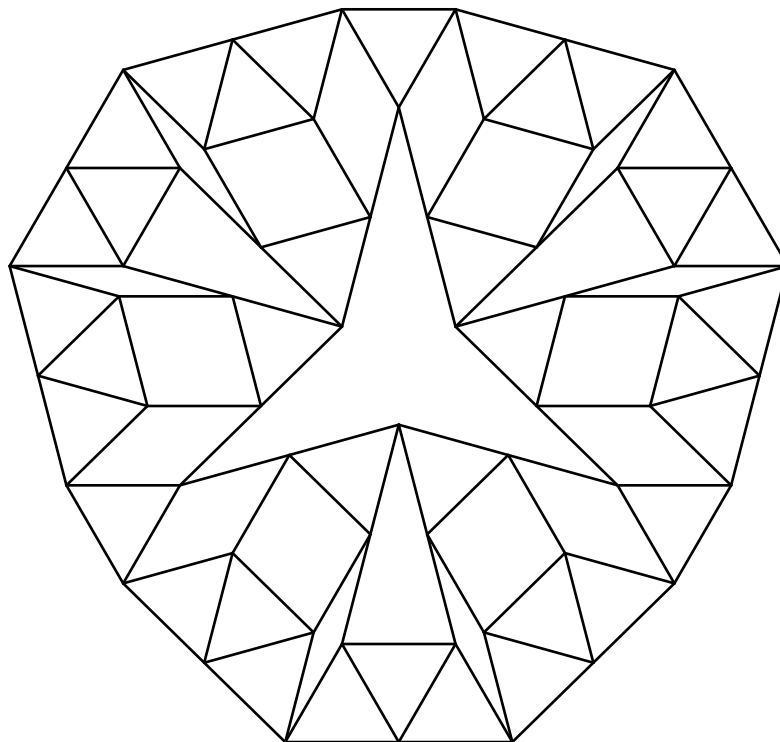


Abb. 1: Winkler-Graph

2 Konstruktionsvorgang

Wir beginnen mit drei gleichseitigen Dreiecken der Kantenlänge 1 gemäß Abbildung 2.

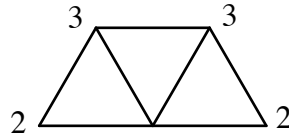


Abb. 2: Beginn

Bei den noch nicht regulären Knoten ist die Anzahl der einmündenden Kanten angegeben.

Nun bauen wir ein gleichschenkliges Dreieck der Schenkellänge 2 auf (Abb. 3).

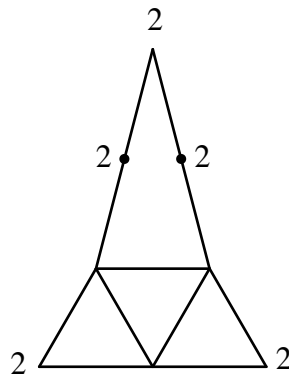


Abb. 3: Gleichschenkliges Dreieck

Wir ergänzen gemäß Abbildung 4 mit zwei Dreiecken und zwei Rhomben.

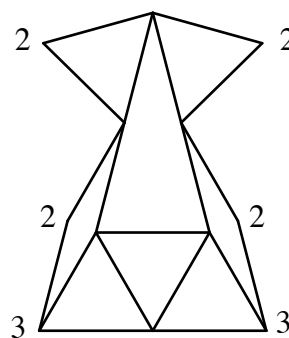


Abb. 4: Dreieck und Rhombus

Wir fügen zwei weitere Rhomben an (Abb. 5).

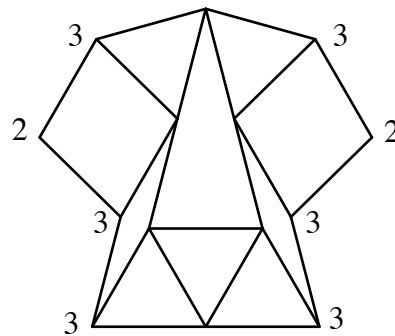


Abb. 5: Rhombus

Der obere der beiden in der Abbildung 6 rot eingezeichneten Winkel ist Außenwinkel des gleichseitigen Dreiecks und misst 120° . Der untere Winkel hat parallele Schenkel und ist daher gleich groß.

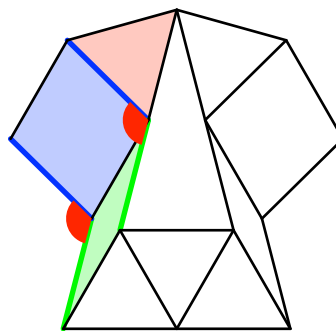


Abb. 6: Winkel von 120°

Wir können also gleichseitige Dreiecke einfügen (Abb. 7).

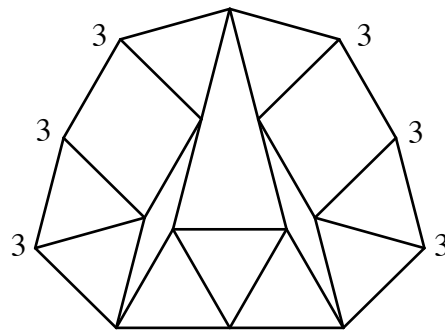


Abb. 7: Gleichseitige Dreiecke

3 Triplet-Kite

Nun können wir mit gleichseitigen Dreiecken und Rhomben zum Triplet-Kite erweitern (Abb. 8).

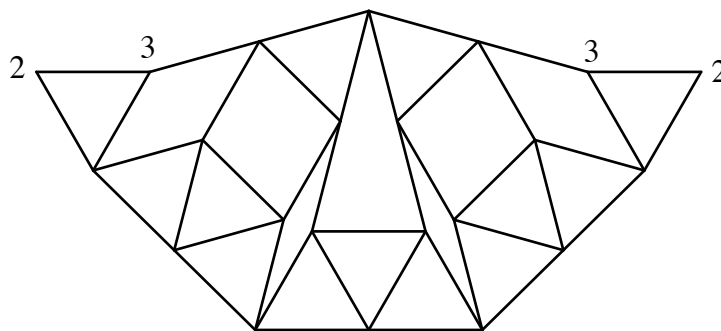


Abb. 8: Triplet-Kite

Die beiden Flügeldreiecke im Triplet-Kite sind seitenparallel. Das geht aus der Richtungübertragungskette der Abbildung 9 hervor.

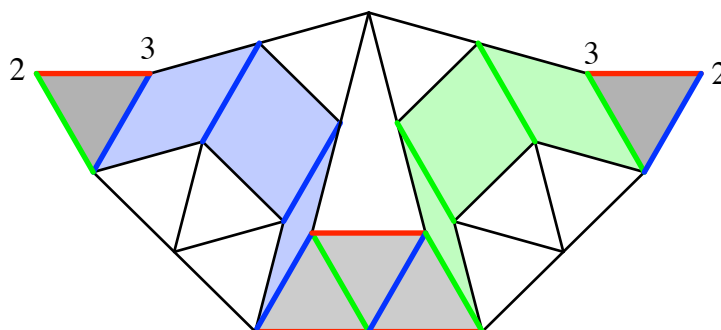


Abb. 9: Richtungsübertragung

In der Abbildung 10 sind drei um 120° verdrehte Triplet-Kites eingezeichnet. Deren Flügeldreiecke sind seitenparallel und können daher überlagert und identifiziert werden. So erhalten wir den Winkler-Graphen der Abbildung 1.

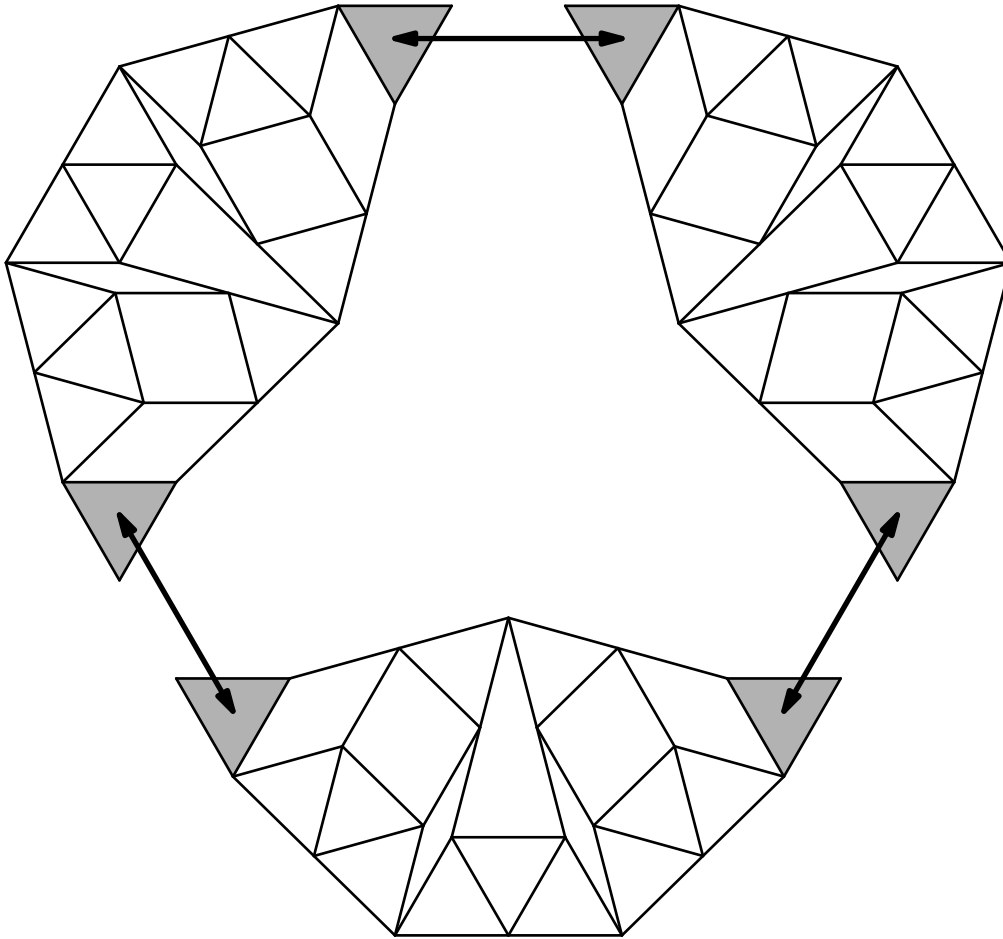


Abb. 10: Drei Triplet-Kites

4 Regularität

Die Abbildung 11 illustriert die Anzahlen der einmündenden Kanten. Der Gesamtgraph ist regulär.

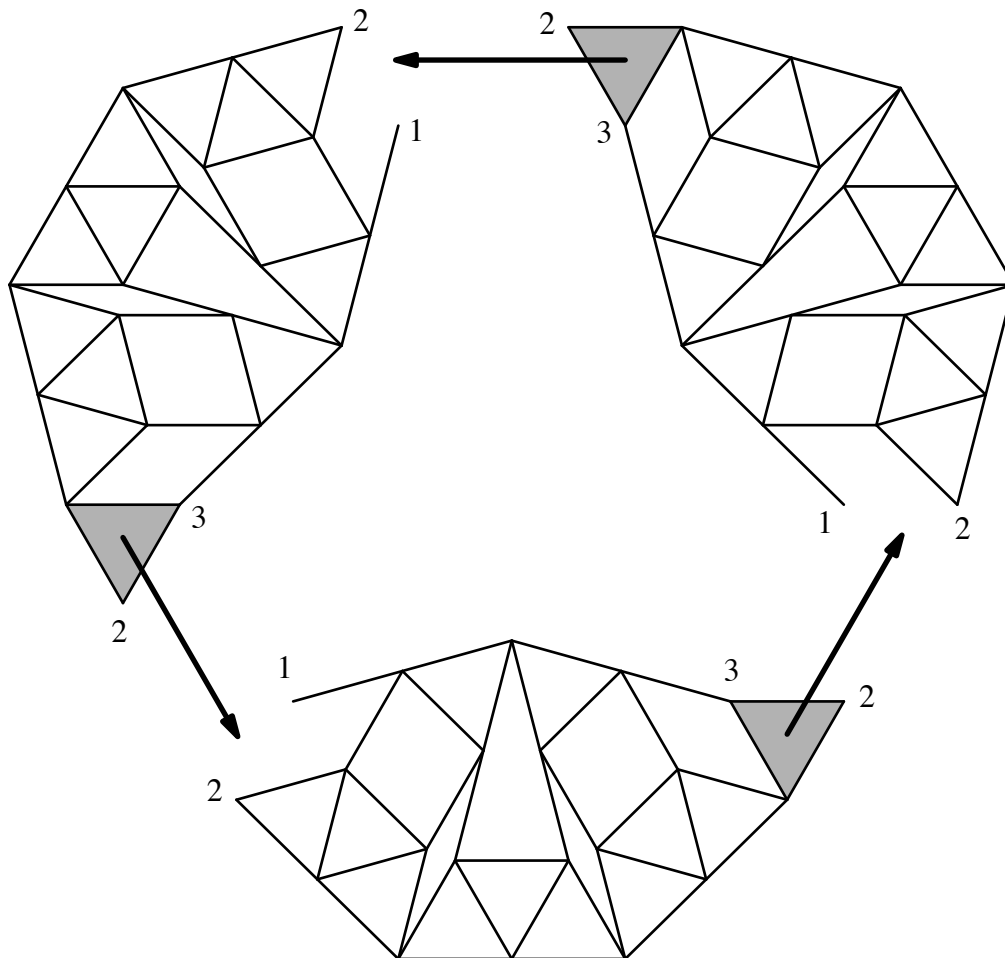


Abb. 11: Regulärer Graph

5 Schließungsfigur

In der Abbildung 1 ist die Richtungsübertragung als Schließungsfigur dargestellt.

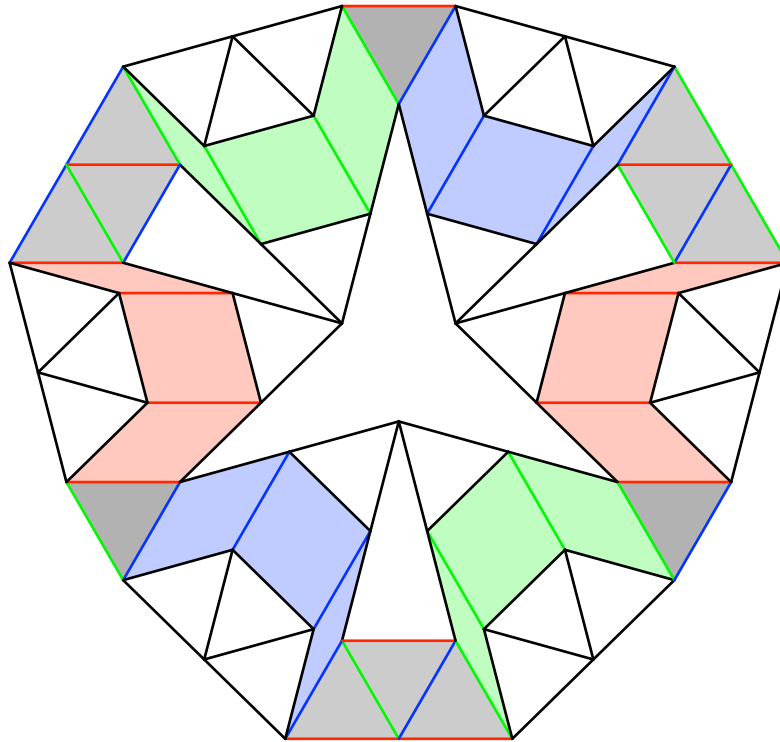


Abb. 12: Richtungsübertragung

Literatur

Winkler, Mike (2016): Ein neuer 4-regulärer Streichholzgraph. *Mitteilungen der DMV* 24 / 2016. 74-75.

Winkler, Mike und Dinkelacker, Peter und Vogel, Stefan (2016): New minimal $(4,n)$ -regular matchstick graphs. [arXiv:1604.07134v2](https://arxiv.org/abs/1604.07134v2)

Links

Harborth-Graph (09.10.2016):

https://de.wikipedia.org/wiki/Streichholzgraph#/media/File:Harborth_graph_vector.svg

Mike Winkler Homepage (09.10.2016):

<http://www.mikewinkler.co.nf>