Hans Walser, [20160520]

Winkelproblem

1 Das Problem

Gesucht ist der rote Winkel (Abb. 1).

Gibt es eine einfache, elementargeometrische Lösung ohne Trigonometrie?

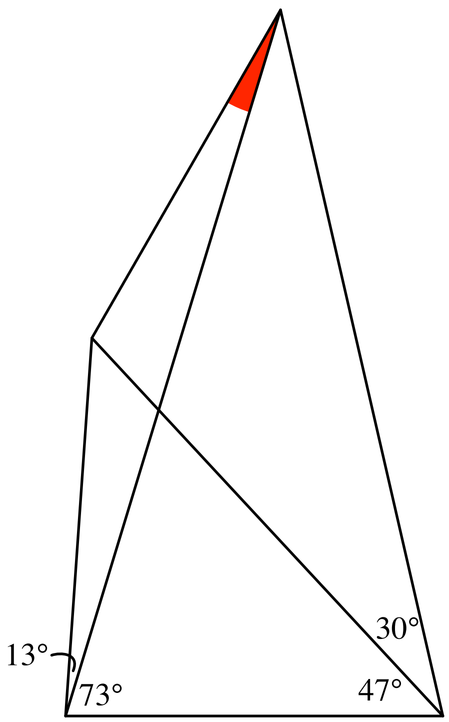

Abb. 1: Wie groß ist der rote Winkel?

Mit DGS erhalten wir für den roten Winkel 13°.

2 Bearbeitung

Zunächst finden wir mit Wurzelüberlegungen, dass das in der Abbildung 2a himmelblau eingezeichnete Dreieck gleichschenklig ist. Es hat die Winkel 86°, 47° und 47°. Die beiden blauen Strecken sind gleich lang.

In rot sind zusätzlich entstehende und berechenbare Winkel eingetragen.

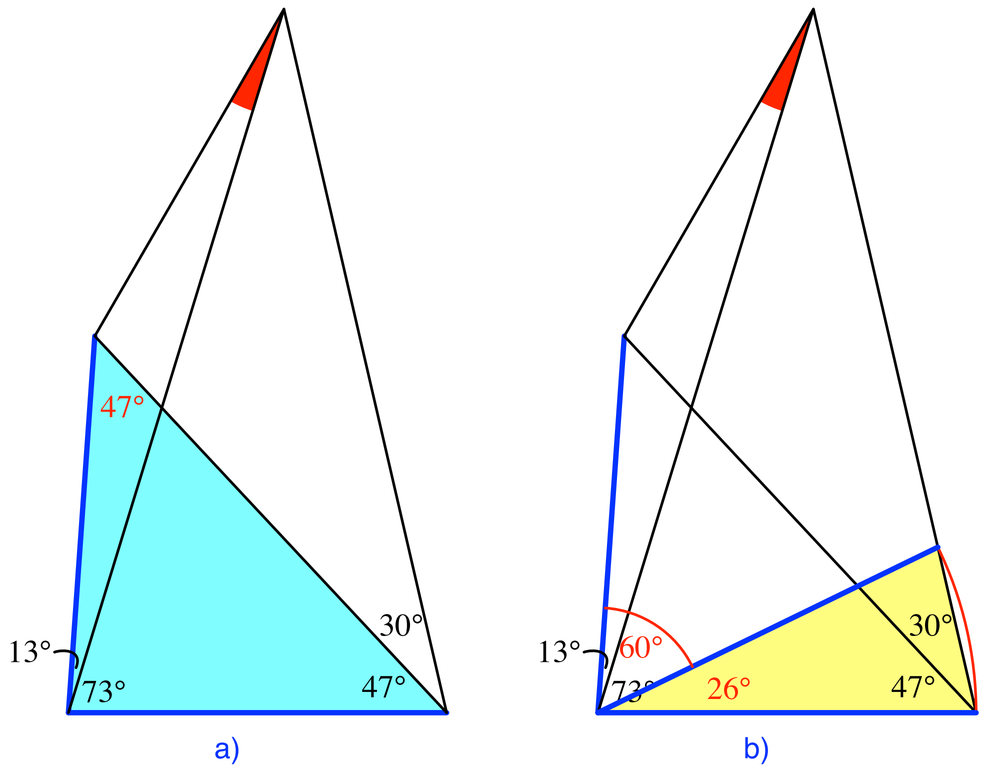

Abb. 2: Gleichschenklige Dreiecke

Nun zeichnen wir ein weiteres gleichschenkliges Dreieck (gelb in der Abbildung 2b). Damit haben wir schon drei gleich lange Strecken. Zudem entsteht ein 60° Winkel zwischen zwei gleich langen Strecken. Es hat die Winkel 26°, 77°, 77°.

Wir können also ein gleichseitiges Dreieck einzeichnen (Abb. 3a). Zudem lassen wir Teile der Aufgabenstellung zunächst weg.

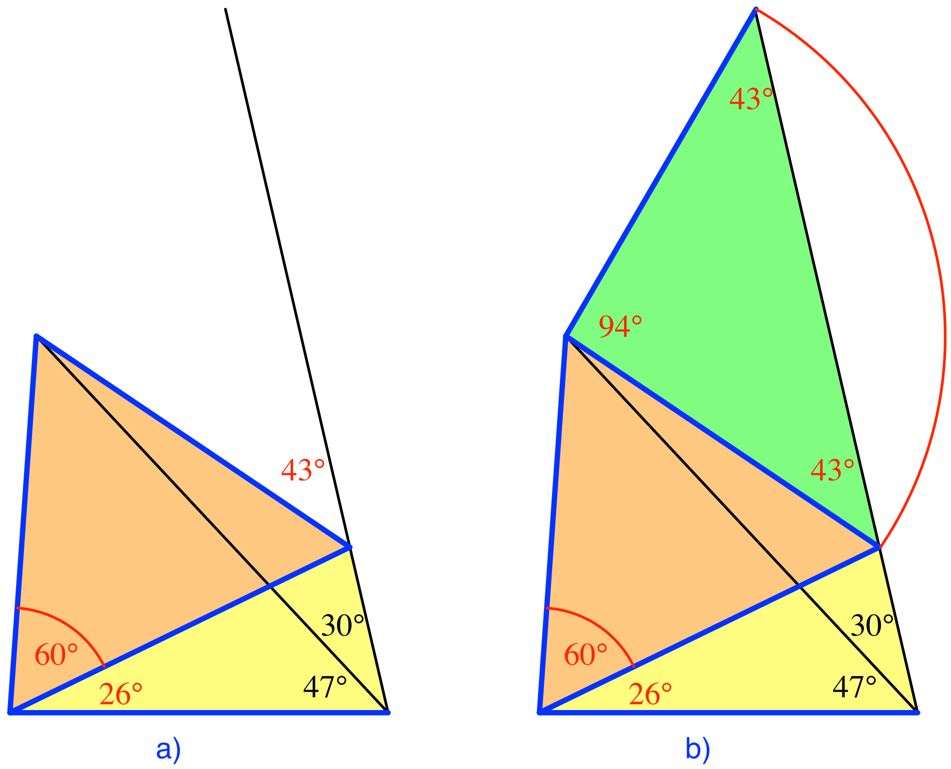

Abb. 3: Gleichseitiges Dreieck und noch ein gleichschenkliges Dreieck

Wir zeichnen ein weiteres gleichschenkliges Dreieck ein gemäß Abbildung 3b. Es hat die Winkel 94°, 43° und 43°.

Somit haben wir nun insgesamt fünf gleich lange Strecken.

Wir können mit zweien der fünf gleich langen Strecken ein weiteres gleichschenkliges Dreieck bilden (Abb. 4a).

Für seinen Winkel an der Spitze berechnen wir 60° + 96° = 156°. Die beiden Basiswinkel messen daher je 13°.

Die Basislinie hat somit gegenüber der horizontalen Basislinie der Gesamtfigur den Steigungswinkel 26° + 60° – 13° = 73°.

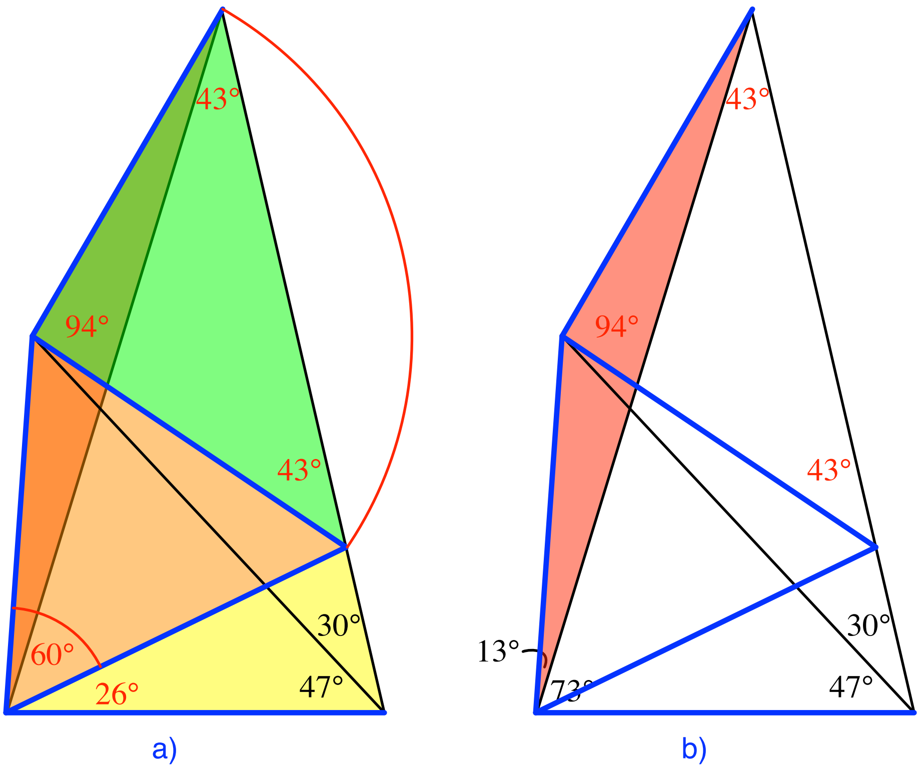

Abb. 4: Noch ein gleichschenkliges Dreieck

Damit sehen wir, dass wir die ursprüngliche Problemfigur in die nun vorliegende Figur einpassen können.

Der in der Problemstellung gesuchte rote Winkel misst 13°.

3 Bemerkung zum Lösungsweg

Dieser Lösungsweg ist nur wegen der spezifisch gegebenen Daten gangbar. Er funktioniert im allgemeinen Fall nicht.