

Hans Walser, [20160831]

Verschwundenes Quadrat

Varianten zu Ideen von: E. J., T. und (Nelsen 2016)

1 Problemstellung

1.1 Beispiel 1

In der Abbildung 1 haben wir in den beiden Kathetenquadraten zusammen 25 blaue und 25 rote kleine Quadrate. Im Hypotenusenquadrat haben wir 25 blaue, aber nur 24 rote kleine Quadrate. Wo ist das letzte kleine rote Quadrat verschwunden?

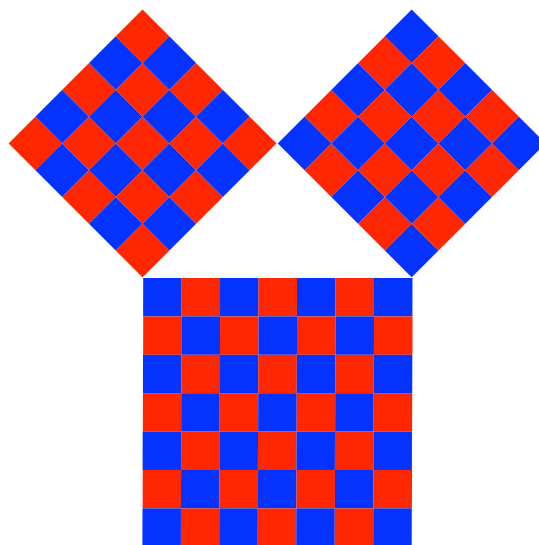


Abb. 1: $25 + 25 = 25 + 24$

1.2 Beispiel 2

In der Abbildung 2 haben wir in den beiden Kathetenquadraten zusammen 32 blaue und 32 rote plus ein gelbes kleines Quadrat.

Im Hypotenusenquadrat haben wir 32 blaue und 32 rote kleine Quadrate. Wo ist das gelbe Quadrat verschwunden?

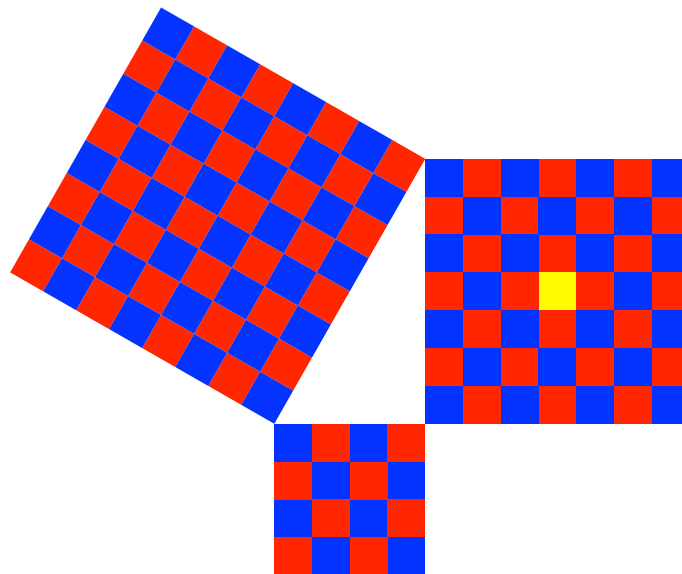


Abb. 2: Wo ist das gelbe Quadrat verschwunden?

1.3 Beispiel 3

In der Abbildung 3 enthalten die beiden Kathetenquadrate zusammen 40 blaue und 40 rote kleine Quadrate. Im Hypotenusenquadrat kommt noch ein kleines gelbes Quadrat dazu. Woher?

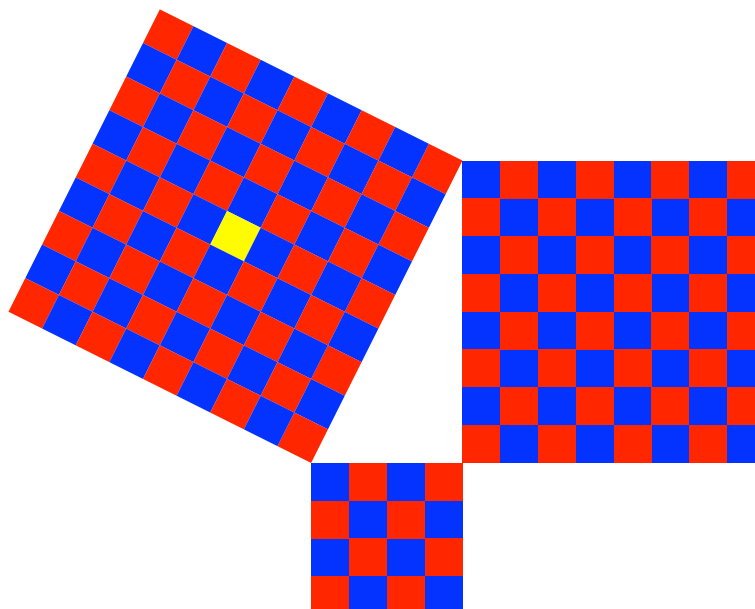


Abb. 3: Wie kommt das gelbe Quadrat hinein?

Die Abbildung 4 zeigt eine Darstellungsvariante.

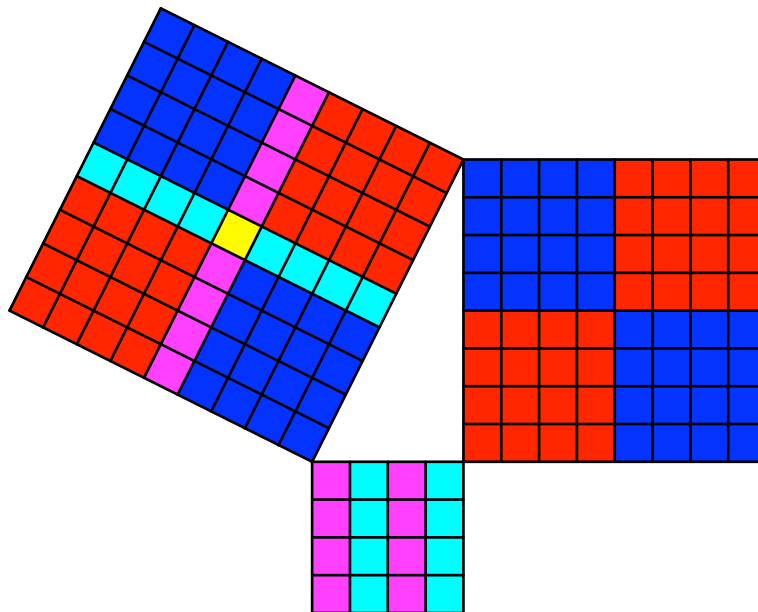


Abb. 4: Wie kommt das gelbe Quadrat hinein?

2 Bearbeitung

2.1 Beispiel 1

Wenn die Katheten je die Länge 5 haben, ergibt sich für die Hypotenuse c die Länge:

$$c = 5\sqrt{2} \approx 7.07 \quad (1)$$

Die kleinen Quadrate in den Kathetenquadraten sind Einheitsquadrate.

Die kleinen Quadrate im Hypotenusenquadrat haben die Seitenlänge s :

$$s = \frac{c}{7} = \frac{5\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{25+25}{49}} \approx 1.01 \quad (2)$$

Sie sind also längenmäßig um etwa 1% größer als die kleinen Quadrate in den Kathetenquadraten. Flächenmäßig sind sie etwa 2% größer.

Die Abbildung 5 zeigt eine korrekte Figur. Alle kleinen Quadrate sind gleich groß. Das vermisste kleine rote Quadrat ist wieder zum Vorschein gekommen.

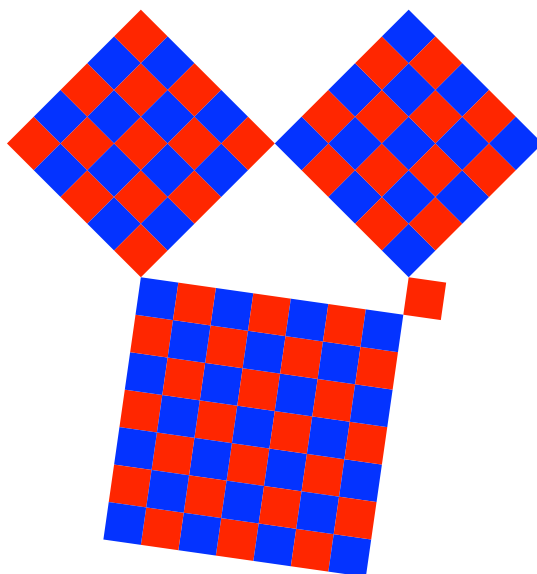


Abb. 5: Korrekte Figur

2.2 Beispiel 2

Die kleinen Quadrate im Hypotenusenquadrat haben die Seitenlänge s :

$$s = \sqrt{\frac{16+49}{64}} \approx 1.0078 \quad (3)$$

Die Länge s ist gegenüber dem Einheitsquadrat etwa 7.8 ‰ zu groß.

2.3 Beispiel 3

Die kleinen Quadrate im Hypotenusenquadrat haben die Seitenlänge s :

$$s = \sqrt{\frac{16+64}{81}} \approx 0.9938 \quad (4)$$

Die Länge s ist gegenüber dem Einheitsquadrat etwa 6.2 ‰ zu klein.

Die geneigte Leserin ist eingeladen, weitere Beispiele zu finden.

Literatur

Nelsen, Roger B. (2016): Proof Without Words: A Surprising Integer Result. The College Mathematics Journal. Vol. 47, No. 2, March 2016, p. 94.