Hans Walser, [20170123a]

Ungerade mal ungerade

1 Schule

In der Schule lernt man, dass das Produkt zweier ungerader Zahlen eine ungerade Zahl ist.

Bewiesen wird das formal: Eine ungerade Zahl lässt sich in der Form $2a+1$ schreiben. Daher wird:

$$(2a+1)(2b+1) = 4ab + 2a + 2b + 1 = 2\underbrace{(2ab + a + b)}_{c} + 1 = 2c + 1 \tag{1}$$

2 Mit dem Finger

Es geht aber einfacher.

Wenn wir eine ungerade Anzahl von Objekten in eine Reihe auslegen, gibt es ein Objekt in der Mitte (Abb. 1). Wir können den Finger drauflegen.

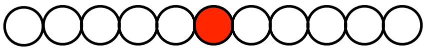

Abb. 1: Kreis in der Mitte

Bei einer nicht zu großen Anzahl erkennen wir dieses mittlere Objekt sofort, wir brauchen nicht zu zählen. Die Abbildung 2 zeigt zwei „falsche“ Beispiele.

Abb. 2: Falsche Beispiele

In der Abbildung 3 haben wir eine rechteckige Anordnung. In der horizontalen Richtung ist die Anzahl ungerade, ebenso in der vertikalen Richtung.

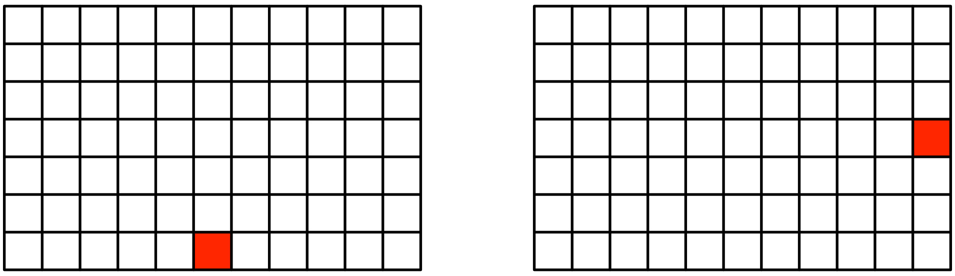

Abb. 3: Horizontal und vertikal ungerade

Daher gibt es ein Objekt genau in der Mitte des Rechteckes. Wir können den Finger auf dieses Objekt legen (Abb. 4).

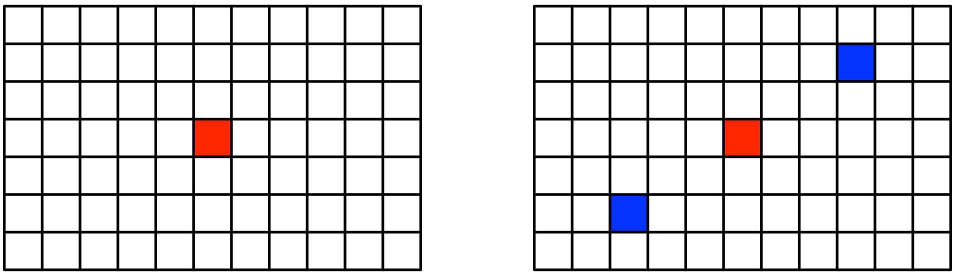

Abb. 4: Objekt in der Mitte

Zu allen übrigen Objekten gibt es ein Gegenstück (exemplarisch blau in Abb. 4). Die Anzahl der übrigen Objekte ist also gerade. Zusammen mit dem Objekt in der Mitte ergibt sich eine ungerade Anzahl.

3 Nochmals Schule

Es geht auch formal (gut geordnet ist halb gelöst):

$$(2a+1)(2b+1)=(a+1+a)(b+1+b)=\begin{pmatrix} ab & +a & +ab \\ +b & +1 & +b \\ +ab & +a & +ab \end{pmatrix} \tag{2}$$