

Hans Walser, [20181103]

## Stetige Teilung

### 1 Worum geht es?

Die Euklidische Definition der stetigen Teilung wird verallgemeinert.

### 2 Euklid

Eine Strecke heißt *stetig geteilt* (Walser 2013, S. 13), wenn für die Teilstrecken  $a_1$  und  $a_2$  mit  $a_1 > a_2$  gilt:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1+a_2}{a_1} \quad (1)$$

Die Abbildung 1 illustriert den Sachverhalt.



**Abb. 1: Stetige Teilung**

Man spricht in dieser Situation auch von der Teilung im *Goldenen Schnitt*.

### 3 Drei Teile

Wir arbeiten mit drei Teilstücken  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  mit  $a_1 > a_2 > a_3$ , und es soll gelten:

$$\frac{a_1}{a_3} = \frac{a_1+a_2}{a_2} = \frac{a_1+a_2+a_3}{a_1} \quad (2)$$

Die Abbildung 2 illustriert den Sachverhalt.



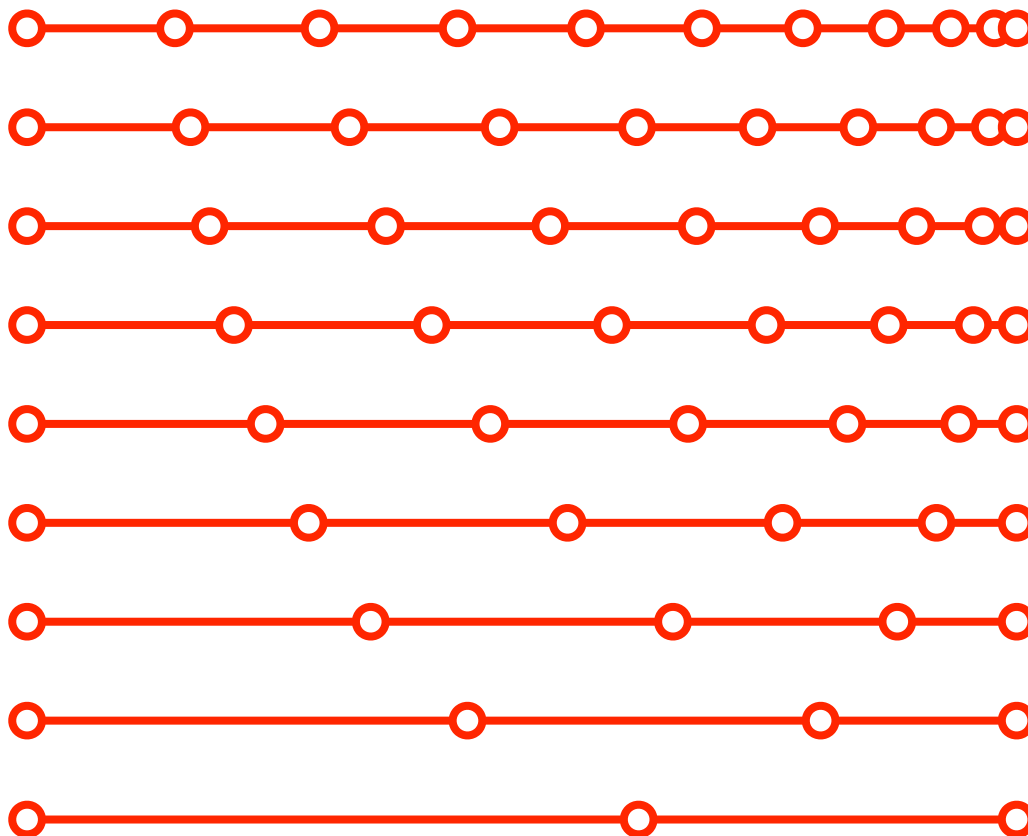
**Abb.3: Drei Teile**

### 4 Allgemeint mit $n$ Teilen

Wir arbeiten mit  $n$  Teilstücken  $a_1 > a_2 > \dots > a_n$ , und es soll gelten:

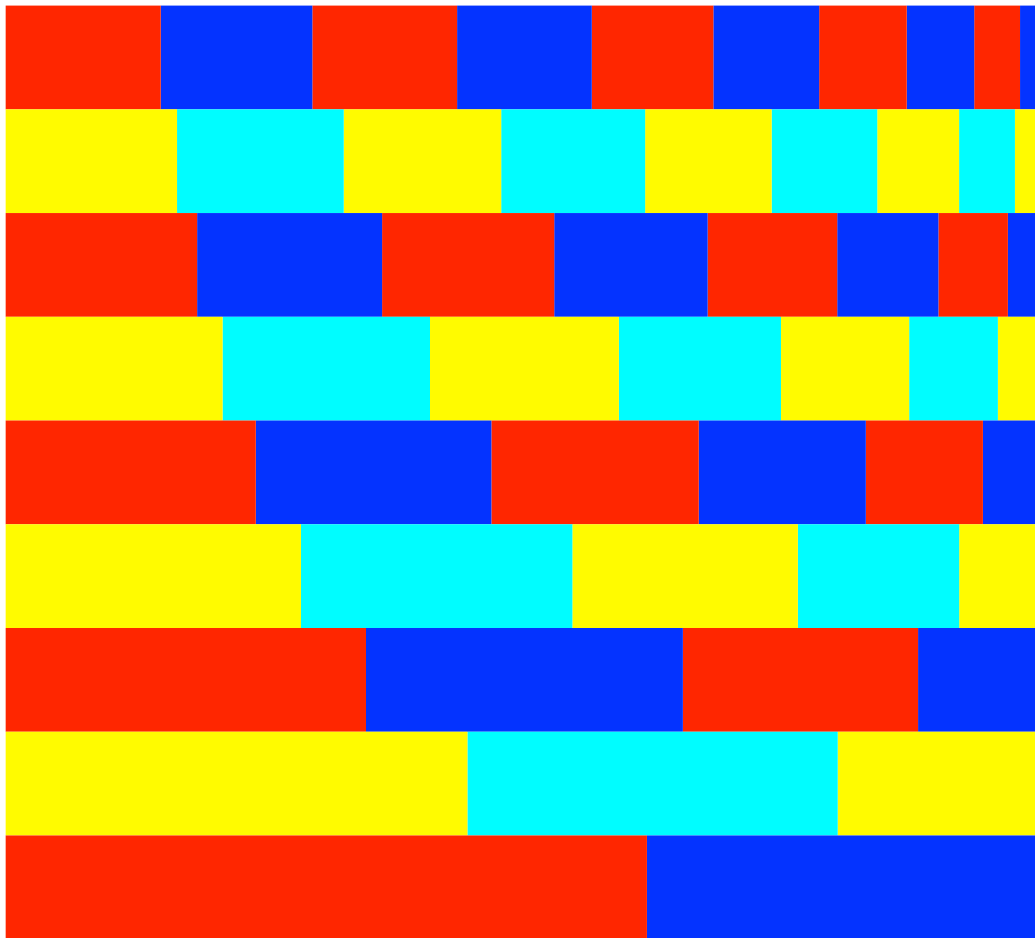
$$\frac{a_1}{a_n} = \frac{a_1+a_2}{a_{n-1}} = \frac{a_1+a_2+a_3}{a_{n-2}} = \dots = \frac{a_1+a_2+a_3+\dots+a_n}{a_1} \quad (3)$$

Die Abbildung 3 illustriert den Sachverhalt für  $n = 2, 3, \dots, 10$ .



**Abb. 3: Stetige Teilungen**

Die Abbildung 4 zeigt dasselbe mit Balkendiagrammen.



**Abb. 4: Stetige Teilungen**

## 5 Numerisches

Die Gleichung (3) beinhaltet nur  $n-1$  Gleichungen für die  $n$  Unbekannten  $a_1, \dots, a_n$ . Wir führen als weitere Gleichung die Normierung

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad (4)$$

ein.

### 5.1 Zwei Teile

Für  $n = 2$  erhalten wir die Werte der Tabelle 1.

$i$	$a_i$
1	0.6180339887
2	0.3819660113

**Tab. 1: Zwei Teile**

Wir erhalten die Werte des Goldenen Schnittes.

### 5.2 Drei Teile

Für  $n = 3$  erhalten wir die Werte der Tabelle 2.

$i$	$a_i$
1	0.4450418679126268
2	0.3568958678922133
3	0.19806226419515996

**Tab. 2: Drei Teile**

Die drei Teile bilden *keine* geometrische Folge.

### 5.3 Vier Teile

Für  $n = 4$  erhalten wir die Werte der Tabelle 3.

$i$	$a_i$
1	0.3472963553338607
2	0.30540728933227856
3	0.2266815969056775
4	0.12061475842818324

**Tab. 3: Vier Teile**

## 5.4 Fünf Teile

Für  $n = 5$  erhalten wir die Werte der Tabelle 4.

$i$	$a_i$
1	0.28462967654657034
2	0.2615706729106323
3	0.217320768976165
4	0.15546482879562723
5	0.08101405277100522

**Tab. 4: Fünf Teile**

## Literatur

Walser, H. (2013): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.