

## Spiralen gesucht

### 1 Archimedische Spirale gesucht

Gesucht ist die archimedische Spirale mit Zentrum im Ursprung durch zwei gegebene Punkte. Beispiel:  $A(4,1)$  und  $B(1,5)$  (in kartesischen Koordinaten)

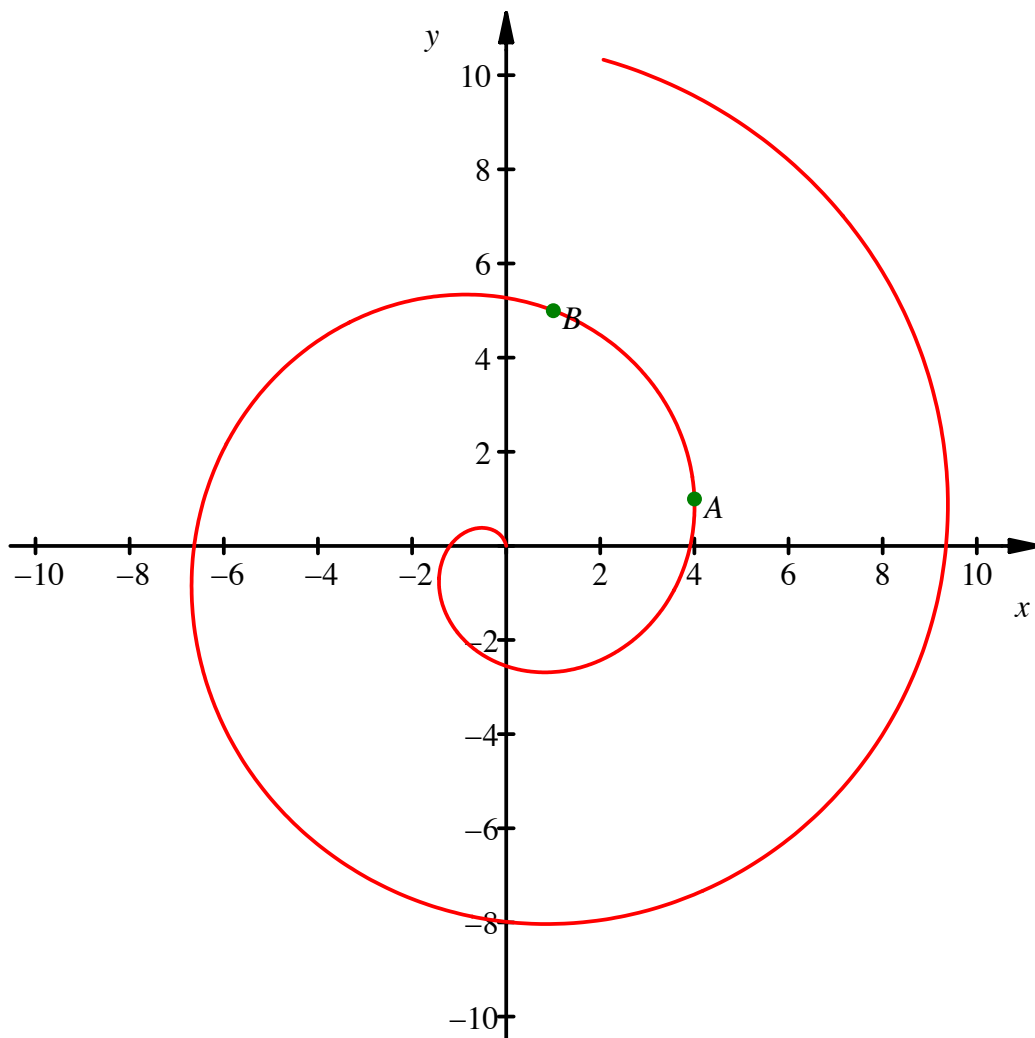
#### Bearbeitung

$A(\phi_A, r_A)$  und  $B(\phi_B, r_B)$  seien die beiden Punkte in Polarkoordinaten. Dann ist

$$r(\phi) = r_A + \frac{r_B - r_A}{\phi_B - \phi_A}(\phi - \phi_A)$$

die Polargleichung der gesuchten archimedischen Spirale.

Beispiel:  $A(4,1)$  und  $B(1,5)$  (in kartesischen Koordinaten)

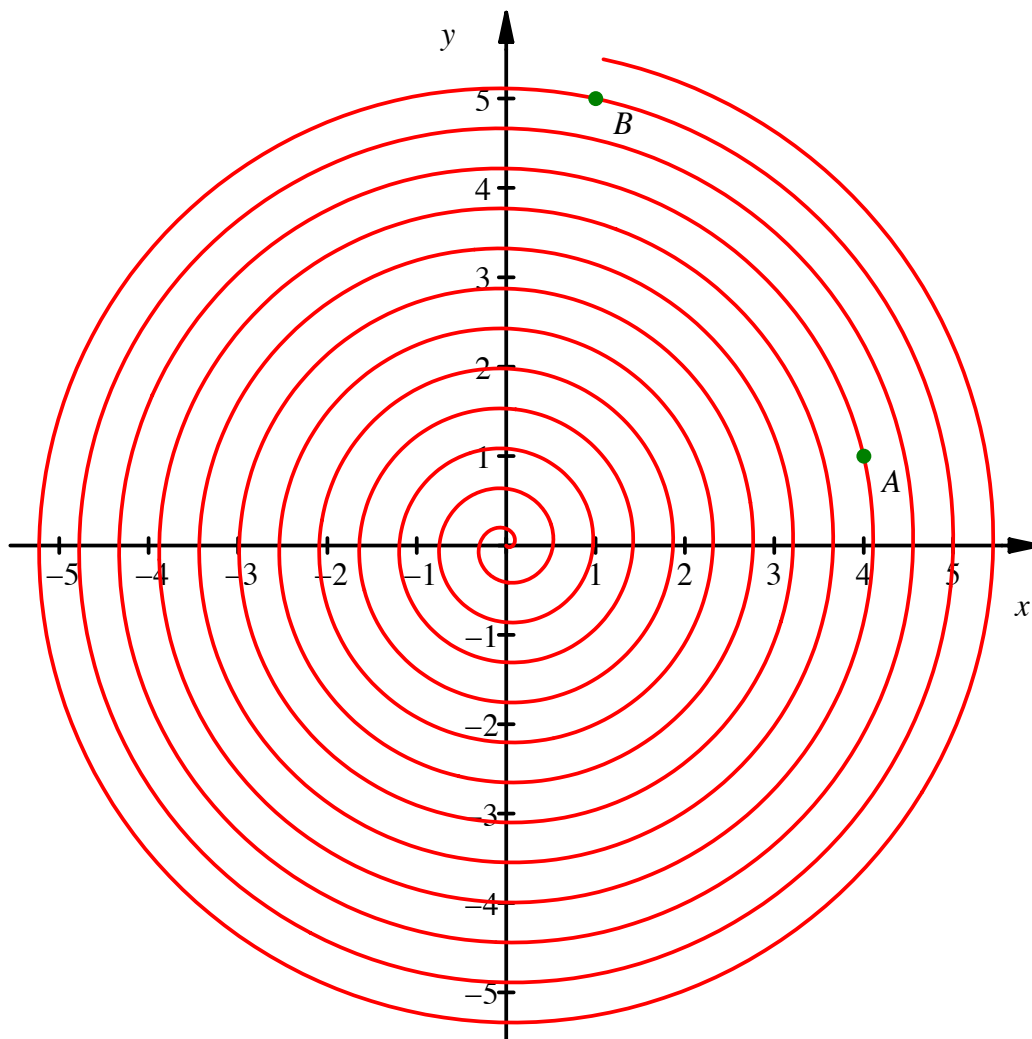


Archimedische Spirale

Hier wird allerdings vorausgesetzt, dass sich die beiden Punkte  $A$  und  $B$  auf demselben Überlagerungsblatt befinden. Wenn sich  $B$  von  $A$  aus gesehen  $k$  Runden weiter befindet, muss der Polarwinkel auf  $\phi_B + 2\pi k$  abgeändert werden:

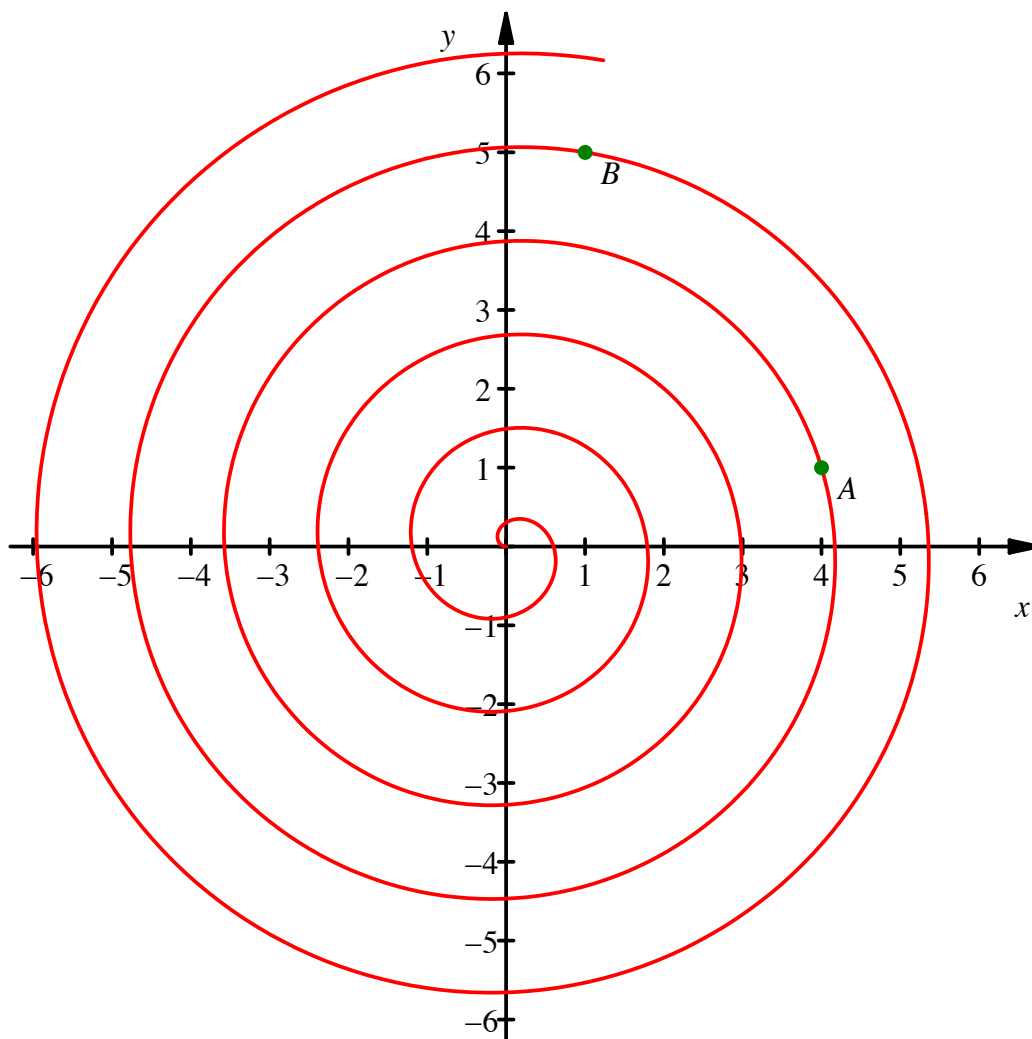
$$r(\phi) = r_A + \frac{r_B - r_A}{(\phi_B + 2\pi k) - \phi_A} (\phi - \phi_A)$$

Für  $k = 2$  erhalten wir:



**B ist zwei Runden weiter**

Für  $k = -1$  ergibt sich:



**B liegt eine Runde zurück**

## 2 Logarithmische Spirale gesucht

Gesucht ist die logarithmische Spirale mit Zentrum im Ursprung durch zwei gegebene Punkte. Beispiel:  $A(4,1)$  und  $B(1,5)$  (in kartesischen Koordinaten)

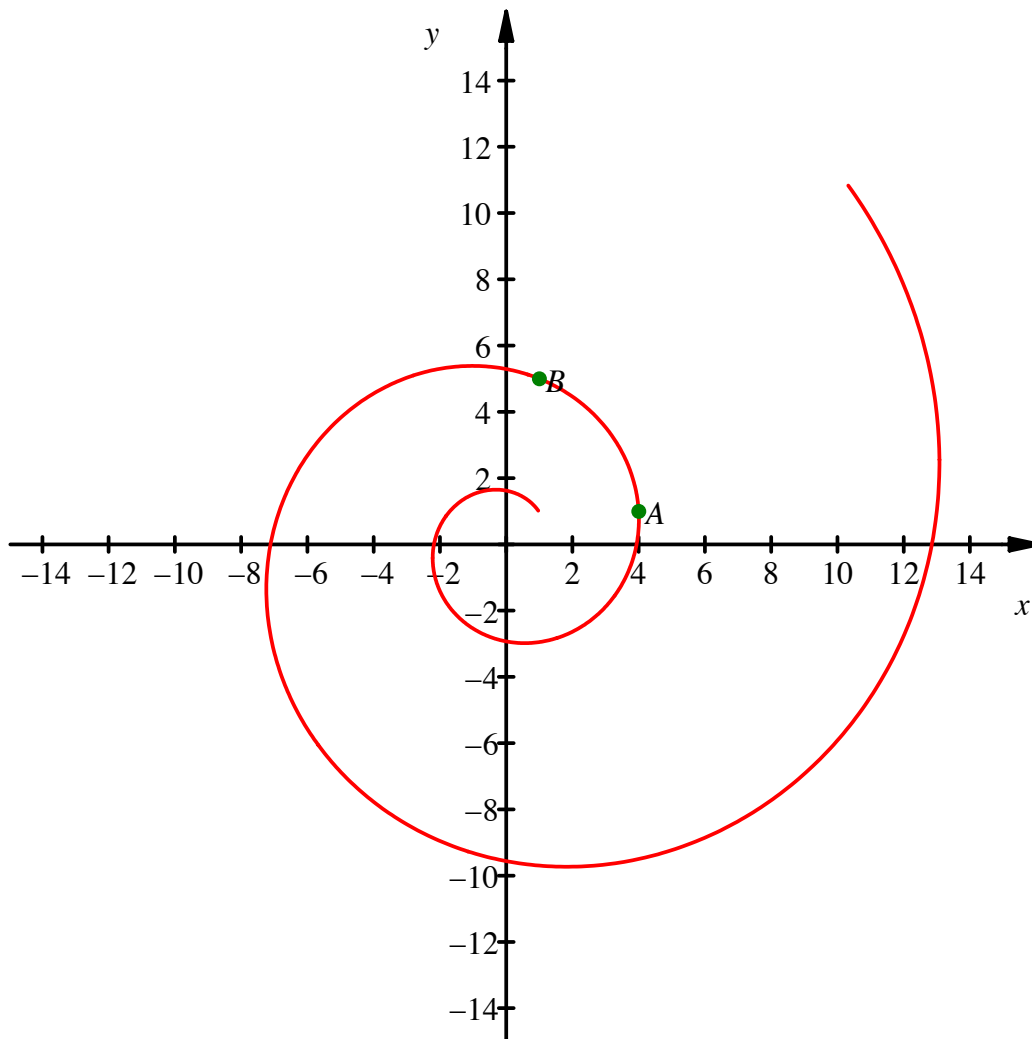
### Bearbeitung

$A(\phi_A, r_A)$  und  $B(\phi_B, r_B)$  seien die beiden Punkte in Polarkoordinaten. Mit  $k$  bezeichnen wir, wie viele Blätter sich  $B$  oberhalb oder unterhalb von  $A$  befindet. Dann ist

$$r(\phi) = r_A \left( \frac{r_B}{r_A} \right)^{\left( \frac{\phi - \phi_A}{\phi_B + 2\pi k - \phi_A} \right)}$$

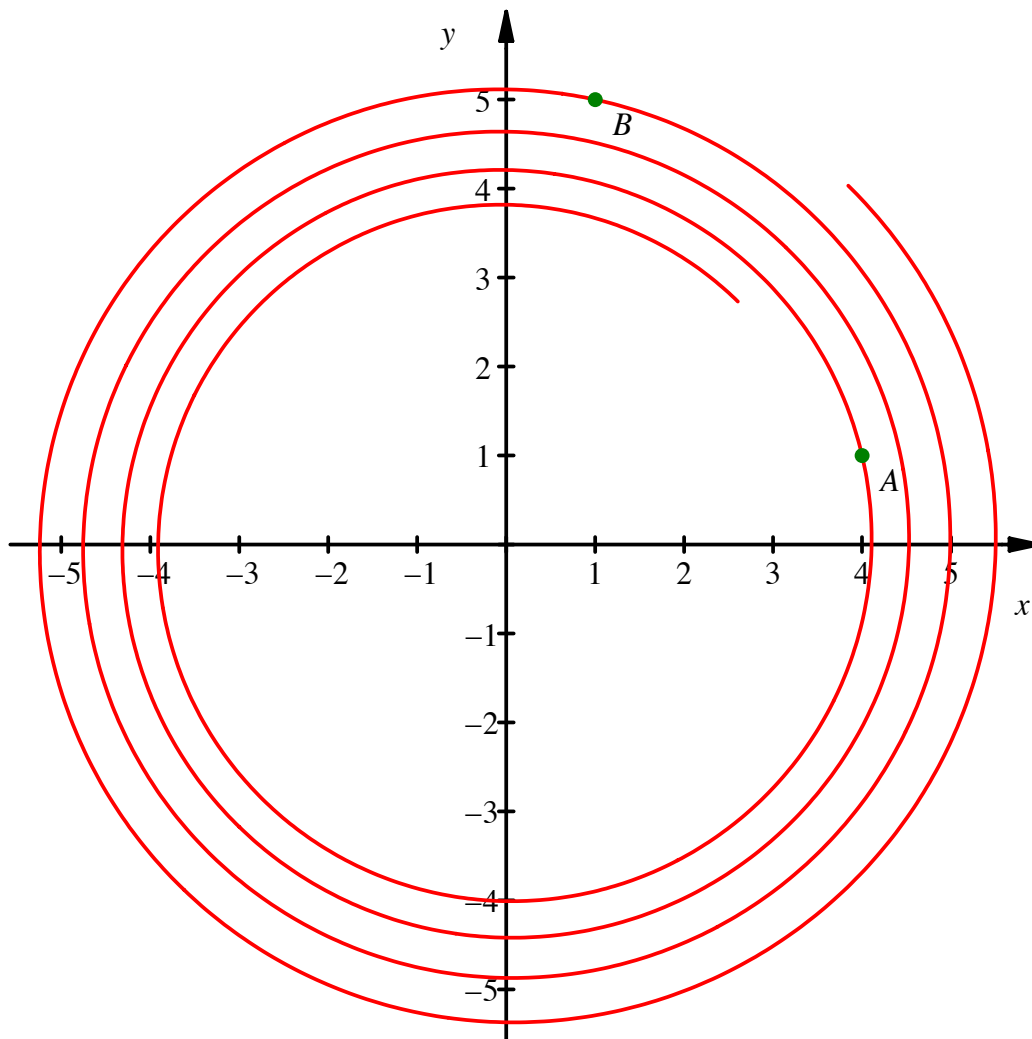
die Polargleichung der gesuchten logarithmischen Spirale.

Beispiel:  $A(4,1)$  und  $B(1,5)$  (in kartesischen Koordinaten),  $k = 0$  :



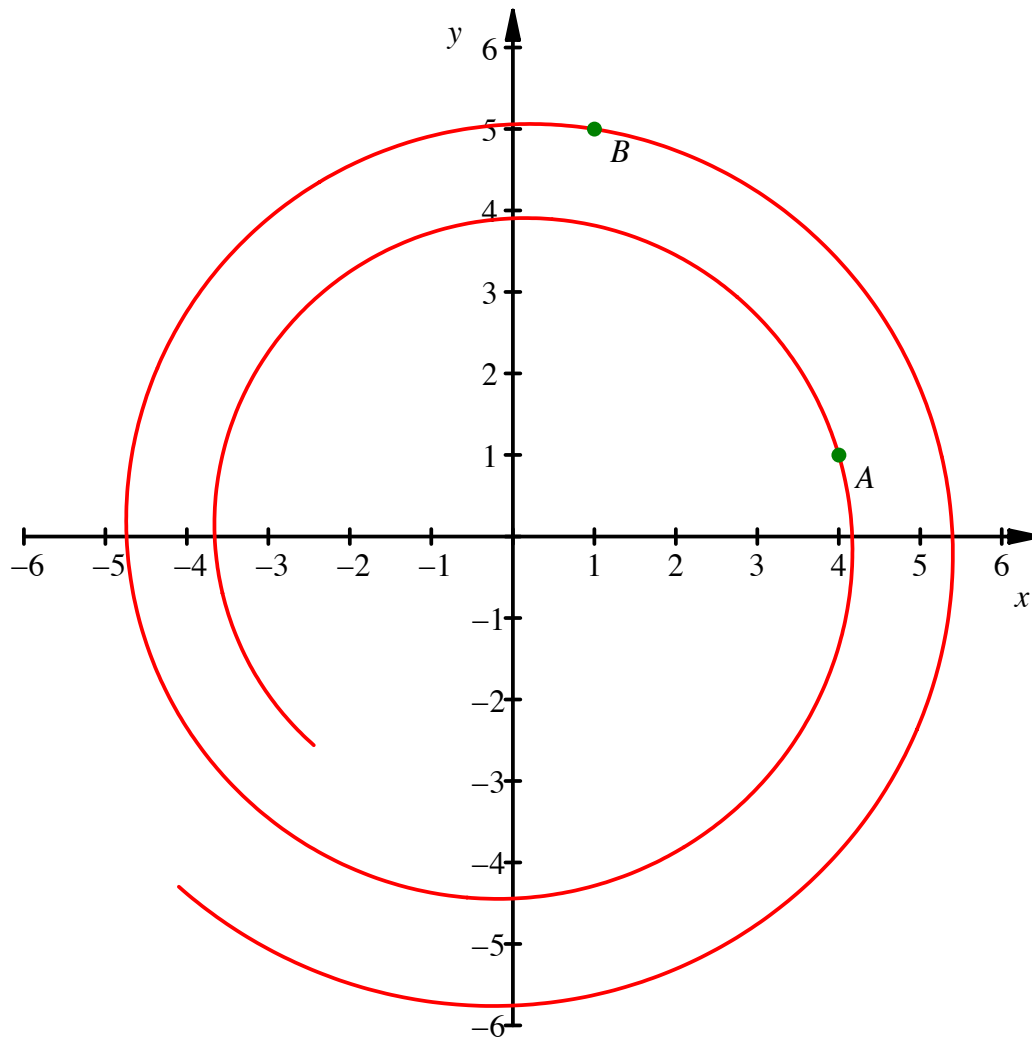
**Logarithmische Spirale**

Für  $k = 2$  erhalten wir:



**B ist zwei Runden weiter**

Für  $k = -1$  ergibt sich:



**B liegt eine Runde zurück**