

Hans Walser, [20141103]

Silbernes Rechteck und Siebeneck

Anregung: A. A. G., St. G.

1 Worum geht es?

Eine Einschiebekonstruktion (Neusis) mit dem Silbernen Rechteck führt zum regelmäßigen Siebeneck.

2 Das Silberne Rechteck

Wenn wir von einem Papier im DIN-Format ein Quadrat abschneiden, bleibt ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis $1:(1+\sqrt{2})$ übrig (Abb. 1) (Walser 2013).



Abb. 1: Silbernes Rechteck

Zwischenbemerkung: Das Silberne Rechteck hat einen Diagonalschnittwinkel 45° . Wir können daher mit vier Silbernen Rechtecken durch Verdrehen ein regelmäßiges Achteck bauen (Abb. 2).

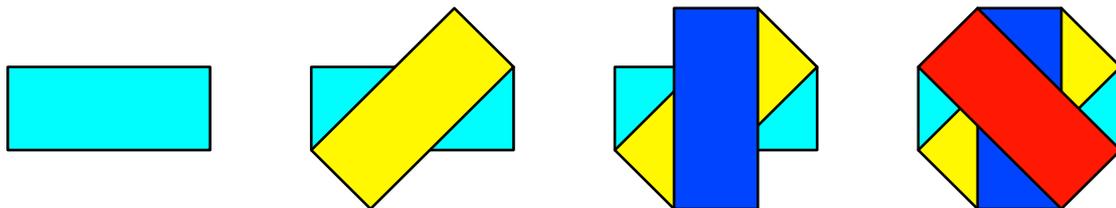


Abb. 2: Regelmäßiges Achteck

3 Quadrat abschneiden

Wir können vom Silbernen Rechteck seinerseits ein Quadrat abschneiden. Dann bleibt ein Rechteck im DIN-Format übrig (Abb. 3).



Abb. 3: Quadrat abschneiden

Diese Eigenschaft des Silbernen Rechteckes kann nun zu einer Einschiebekonstruktion (Neusis) für das regelmäßige Siebeneck verwendet werden.

4 Einschiebekonstruktion für das regelmäßige Siebeneck

Wir beginnen mit einem Silbernen Rechteck im Hochformat und unterteilen in Quadrat und DIN-Rechteck (Abb. 4). Weiter zeichnen wir die lange Mittelparallele (blau) sowie einen roten Kreisbogen gemäß Abbildung 4.

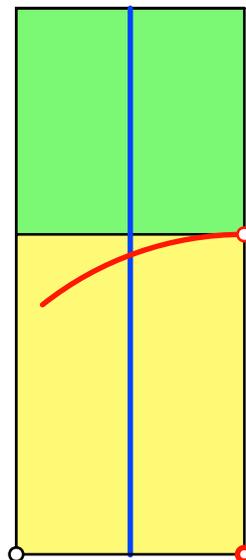


Abb. 4: Vorbereitung des Silbernen Rechteckes

Nun schieben wir ein zweites gleich großes Silbernes Rechteck ein gemäß Abbildung 5.

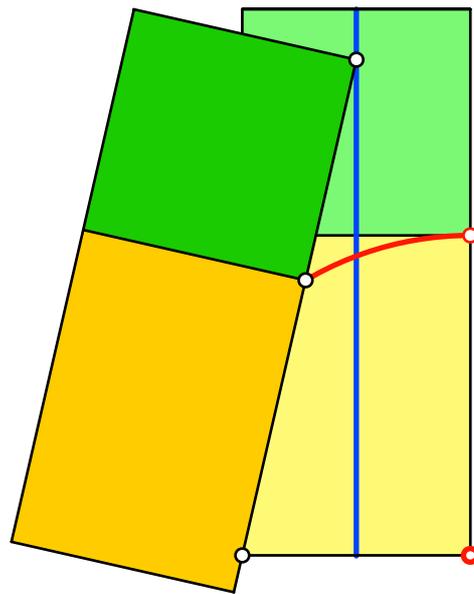


Abb. 5: Einschieben eines zweiten Silbernen Rechtecks

Die Ecke rechts oben des neuen Silbernen Rechteckes kommt auf die blaue Mittellinie zu liegen, der Übergangspunkt rechts vom Quadrat zum DIN-Rechteck auf den roten Kreisbogen und die rechte Kante des neuen Silbernen Rechteckes auf die untere linke Ecke des alten Silbernen Rechteckes.

Nun haben wir drei Eckpunkte des regelmäßigen Siebeneckes und können dieses zeichnen (Abb. 6). Die Schmalseite der Silbernen Rechtecke ist die Seitenlänge des Siebeneckes.

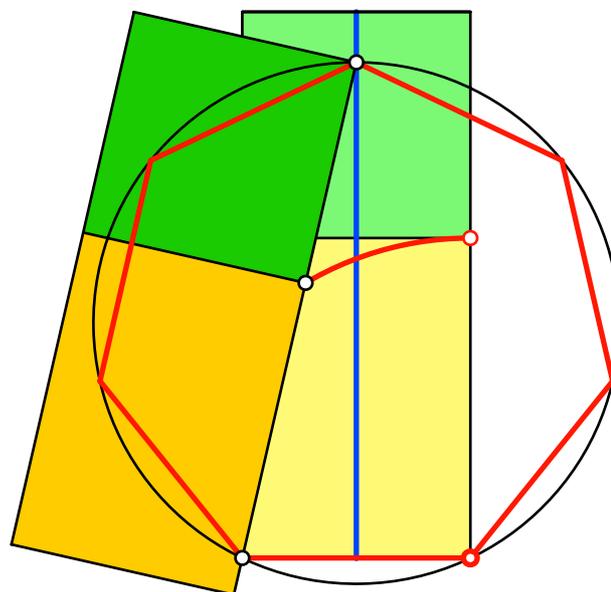


Abb. 6: Regelmäßiges Siebeneck

Die Stimmigkeit dieser Einschiebekonstruktion ergibt sich aus (Gächer 2013).

5 Variante

Wir verwenden den Schnittpunkt der blauen Mittellinie und des roten Kreisbogens (Abb. 7).

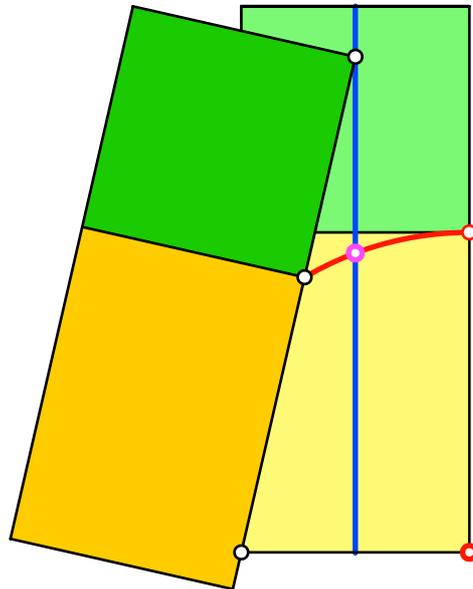


Abb. 7: Variante

Zusammen mit der blauen Mittellinie als Symmetrieachse und dem eingeschobenen Übergangspunkt auf dem roten Kreisbogen haben wir die Informationen für ein weiteres regelmäßiges Siebeneck (Abb. 8).

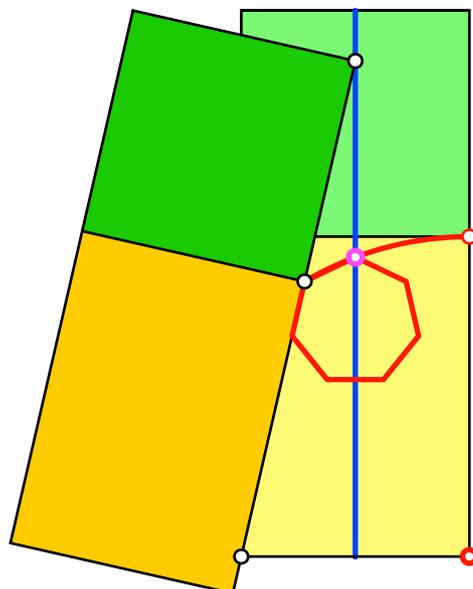


Abb. 8: Zweite Lösung

Die Abbildung 9 illustriert den Zusammenhang der beiden Lösungen.

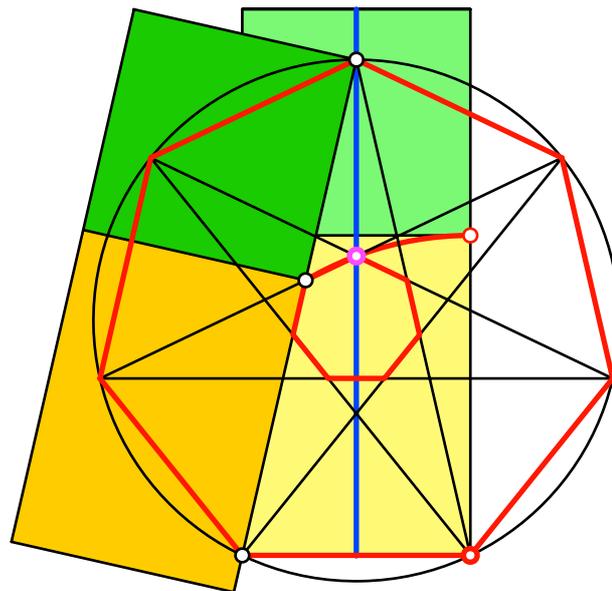


Abb. 9: Die beiden Lösungen

Literatur

Gächter, Albert A. (2013): *7 Zahnstocher*. Anregungen für den Mathematikunterricht. St. Gallen: Mefi-Verlag Gächter. ISBN 978-3-9523962-2-3.

Walser, Hans (2013): *DIN A4 in Raum und Zeit*. Silbernes Rechteck – Goldenes Trapez – DIN-Quader. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-69-1.