Hans Walser, [20160527]

Sehnenvieleck

1 Worum geht es?

In (Köchli 2016) wird eine elegante Konstruktion des Sehnenviereckes vorgestellt. Das wirft die Frage nach dem Sehnenvieleck mit beliebiger Eckenzahl auf. Wir besprechen eine MINT-Einschiebelösung.

2 Konstruktion

Zu gegebenen Seitenlängen $a_1,...,a_n$ soll das Sehnen-n-Eck konstruiert werden.

Wir zeichnen einen Kreis k mit Mittelpunkt $M(r,0)$ durch den Ursprung. Den Punkt A_0 setzen wir in den Ursprung und tragen die gegebenen Seiten sukzessive auf dem Kreis k ab. So erhalten wir einen Streckenzug $A_0...A_n$. Die Abbildung 1 zeigt die Situation für $n=8$.

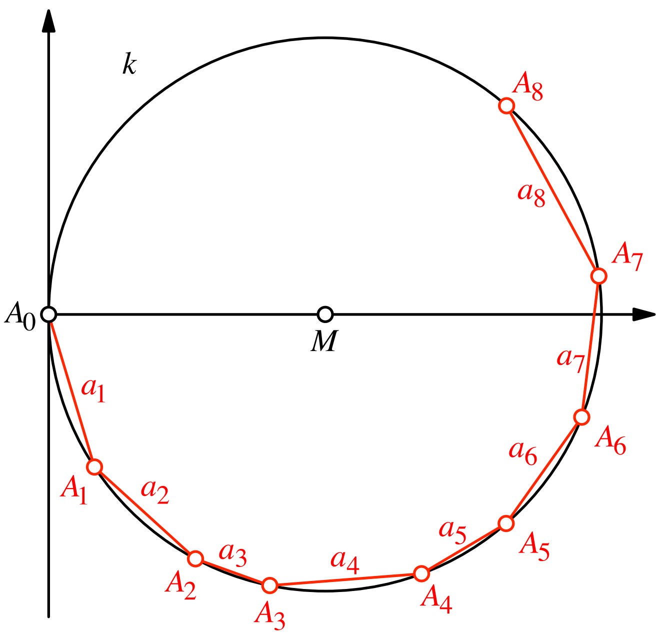

Abb. 1: Abtragen des Streckenzuges

Nun verändern (verkleinern) wir den Radius r bis der Punkt A_n mit A_0 zusammenfällt. In der Abbildung 2 sind Ausgangslage, eine Zwischenlage und die Endlage angegeben, ebenso in blau die Bahnkurven der einzelnen Punkte.

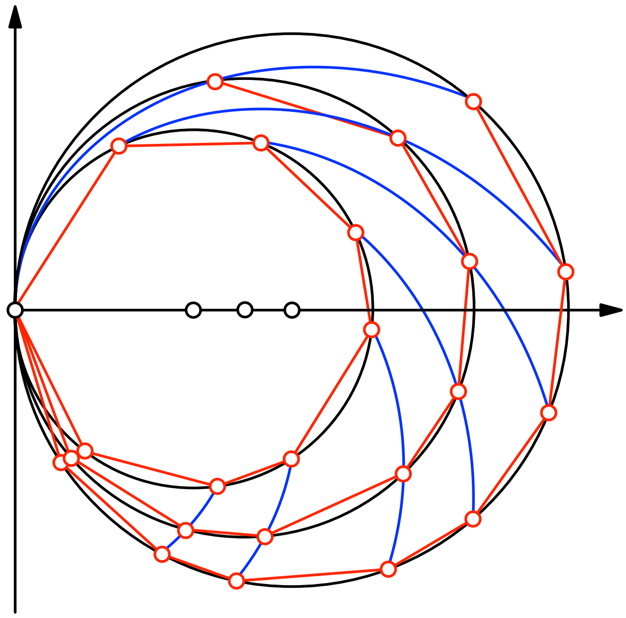

Abb. 2: Das Sehnenvieleck

3 Exaktheit

Für Zirkel-und-Lineal-Fetischisten ist dieses Vorgehen natürlich ein Horror. Die Konstruktion sei nicht „exakt“.

Dem ist zu widersprechen. Mit dem Vorgehen „bis der Punkt A_n mit A_0 zusammenfällt“ entsteht ein gedanklich exaktes Sehnenvieleck. Dass dieses Zusammenfallen in der Praxis nicht machbar ist, ändert nichts an der Stimmigkeit der Überlegung.

Auch das Zeichnen einer Geraden durch zwei gegebene Punkte mit einem angelegten Lineal (ebenfalls ein Einschiebeverfahren) ist nur gedanklich exakt.

Qualitativ besteht also kein Unterschied zwischen unserem MINT-Verfahren und einem klassischen Zirkel-und-Lineal-Verfahren.

4 Umlaufszahl

Wir können „überdrehen“ und nach dem ersten Zusammenfallen von A_n mit A_0 den Kreisradius r weiter verkleinern, bis die beiden Punkte ein zweites Mal zusammenfallen (Abb. 3). Es entsteht ein Sehnenvieleck mit der Umlaufszahl 2. Und so weiter.

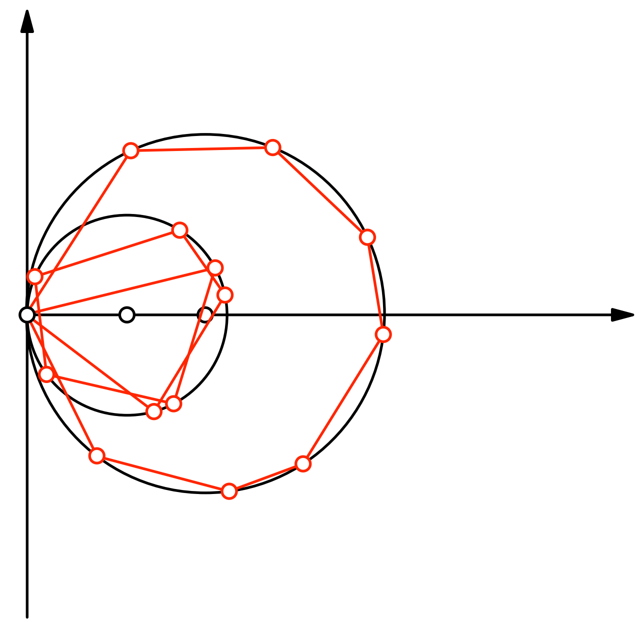

Abb. 3: Umlaufszahlen 1 und 2

5 Fragen

Gibt es ein Sehnenviereck mit der Umlaufszahl 2?

Wann ist bezüglich Umlaufszahl die Zitrone ausgepresst?

Macht es Sinn, von der Umlaufszahl $\frac{1}{2}$ zu reden?

Bei gerader Eckenzahl ist die alternierende Winkelsumme null. Beweis? Ist dies kennzeichnend für ein Sehnenvieleck gerader Eckenzahl?

Isoperimetrisches Problem: Zu gegebenen Seitenlängen hat das Sehnenvieleck den größten Flächeninhalt. Beweis?

Was kann über die blauen Bahnkurven (Abb. 2) gesagt werden?

Literatur

Köchli, Willi (2016): Einfache Konstruktion des Sehnenviereckes. VSMP-Bulletin, 131, Mai 2016, S. 22-23.