

Hans Walser, [20160709]

Rytzsche Achsenkonstruktion

1 Worum geht es?

Die Rytzsche Achsenkonstruktion (David Rytz, 1801-1868) gestattet, aus zwei konjugierten Halbmessern einer Ellipse deren Achsen zu konstruieren. Konjugierte Halbmesser stehen in der zum Kreis entzerrten Ellipse senkrecht aufeinander.

Wir verallgemeinern die Konstruktion auf zwei Halbmesser, welche in der zum Kreis entzerrten Situation einen beliebigen Winkel α einschließen. Wir verwenden dazu die Bezeichnung *α -konjugierte Halbmesser*.

2 Konstruktion

Wir beschreiben schrittweise die Konstruktion.

In den folgenden Abbildungen ist $\alpha = 105^\circ$.

Die Ellipse habe den Mittelpunkt O . Die Strecken OA und OB seien die beiden gegebenen α -konjugieren Halbmesser (Abb. 1).

2.1 Drehen

Wir drehen den Punkt A um O um den Winkel α . Endpunkt A' .

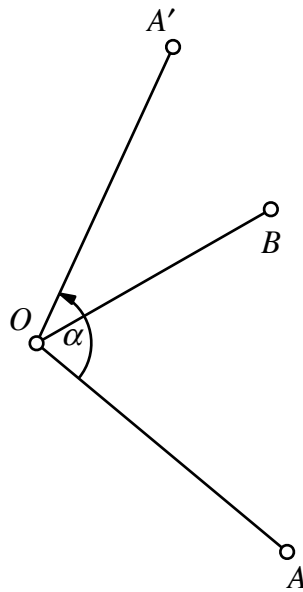


Abb. 1: Start

2.2 Ortskreis

Zur Strecke $A'B$ passen wir einen Ortskreis o für den Winkel α ein (Abb. 2). Mittelpunkt M .

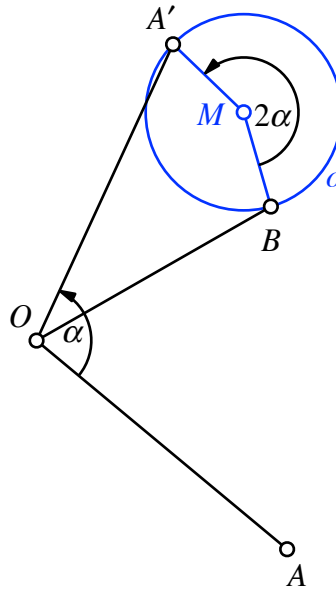


Abb. 2: Ortskreis

Was ändert sich, wenn wir mit dem zweiten Ortskreis (an der Geraden $A'B$ gespiegelt) weiterfahren?

2.3 Strahl

Wir schneiden den Ortskreis o mit dem Strahl OM (Abb. 3). Schnittpunkte P und Q .

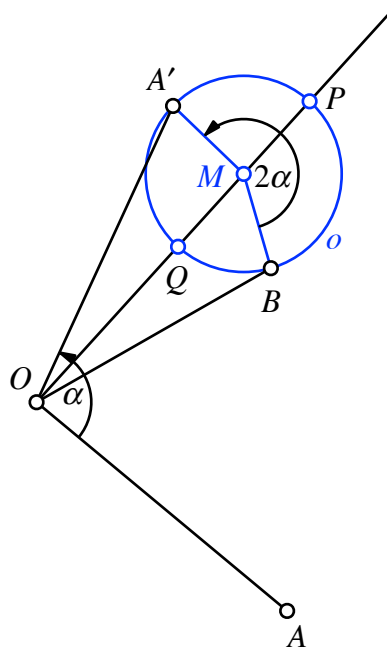


Abb. 3: Schnitt mit Ortsstrahl

2.4 Achsen

Die Katheten des bei B rechtwinkligen Dreiecks PQB sind parallel zu den gesuchten Ellipsenachsen (Abb. 4).

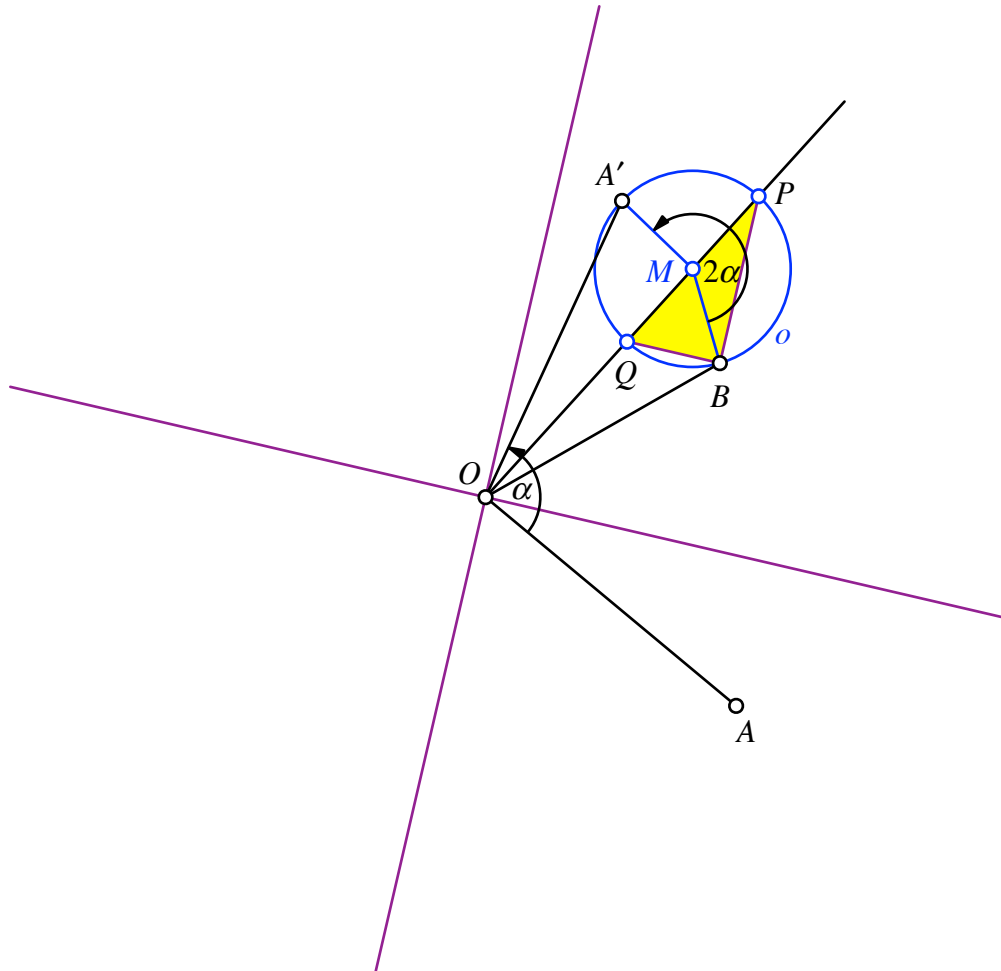


Abb. 4: Achsen der Ellipse

2.5 Achsenlängen

Die Strecken OP und OQ haben die Längen der Halbachsen. Damit können der äußere Kreis k_a und der innere Kreis k_i gezeichnet werden (Abb. 5).

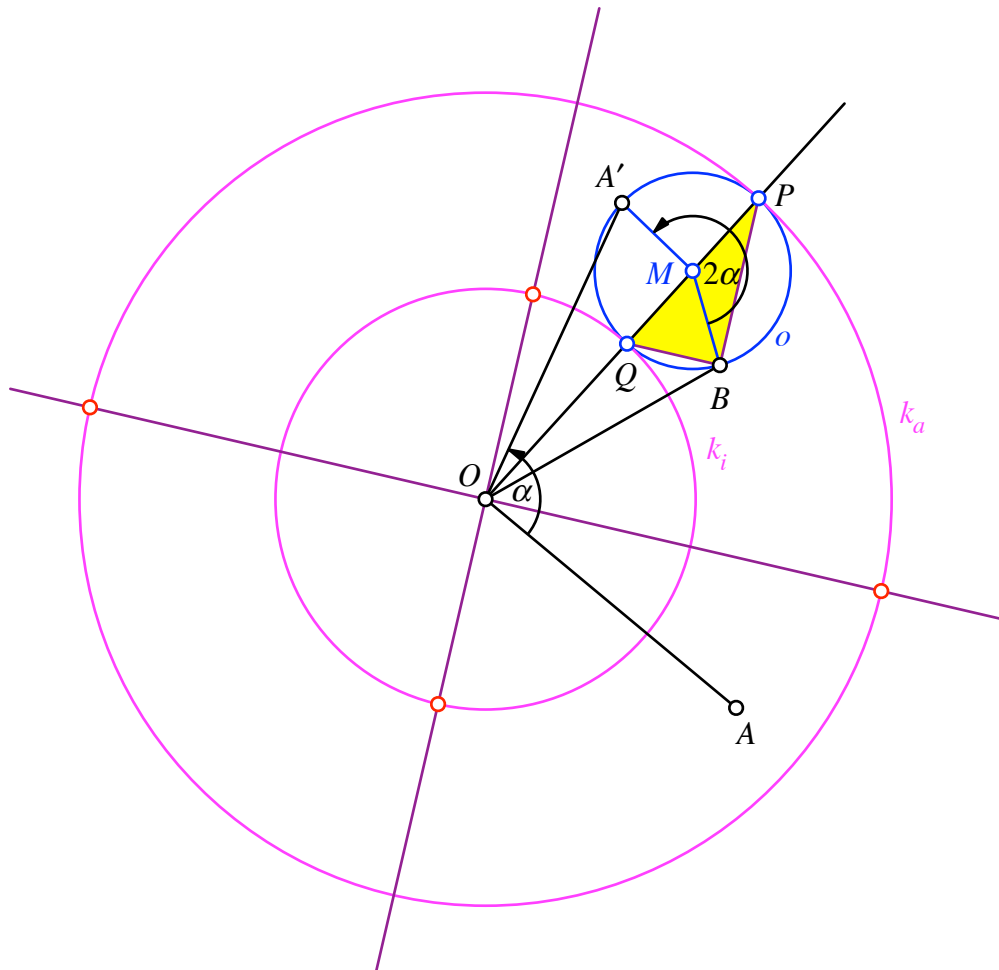


Abb. 5: Achsenlängen

2.6 Ellipse

Die Abbildung 6 zeigt die zu den gegebenen α -konjugierten Halbmessern passende Ellipse.

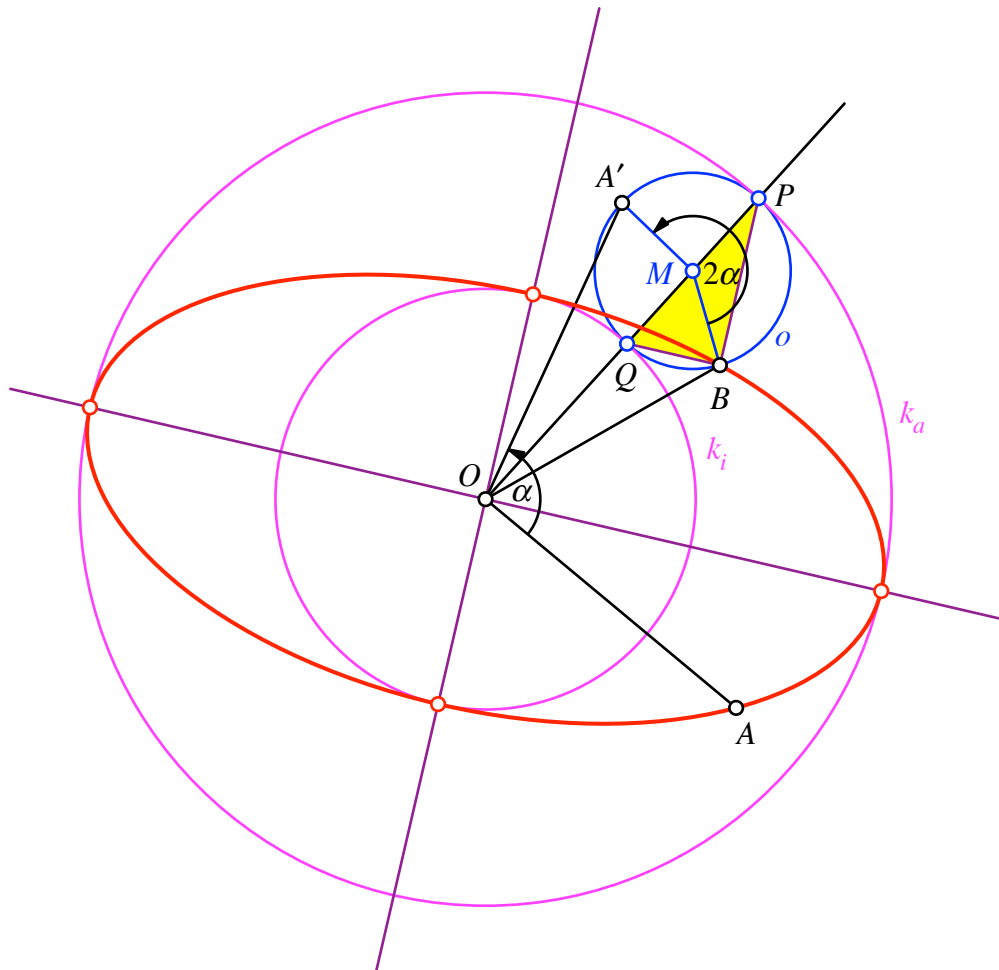


Abb. 6: Ellipse

3 Begründung

Die Begründung der Konstruktion geht analog zur Rytzschen Achsenkonstruktion aus 90° -konjugierten Halbmessern.