

Hans Walser, [2014|216]

Rösselsprung-Metrik

1 Worum geht es?

Wir definieren den Abstand zweier Felder im Schachbrett durch die minimale Anzahl von Rösselsprüngen mit denen das zweite Feld vom ersten Feld aus erreicht werden kann.

Die Abbildung 1.1 zeigt den „Einheitskreis“.

		1		1			
	1				1		
			0				
	1				1		
		1		1			

Abb. 1.1: Einheitskreis









In der Abbildung 1.2 sind auch die Felder markiert, welche vom Ursprungsfeld aus in zwei Rösselsprüngen erreicht werden können. Wir sehen, dass die Welt des Schachbrettes bereits zu klein ist.

		2		2		2	
2			1	2	1		2
	2	1	2		2	1	2
2		2		0		2	2
	2	1	2		2	1	2
2			1	2	1		2
	2		2		2		2
		2		2		2	

Abb. 1.2: Abstand 2

2 Codierte Darstellung

Wir verzichten im Folgenden auf das Zeichnen des Schachbrettes und codieren die Felder farblich nach dem Abstand vom Ursprungsfeld. Dazu schreiben wir den Abstand im Dualsystem und codieren entsprechend im RGB-System (Tab. 1).

Abstand	Dualzahl	RGB	Farbe	
0	000	RGB(0,0,0)	schwarz	
1	001	RGB(0,0,1)	blau	
2	010	RGB(0,1,0)	grün	
3	011	RGB(0,1,1)	zyan	
4	100	RGB(1,0,0)	rot	
5	101	RGB(1,0,1)	magenta	
6	110	RGB(1,1,0)	gelb	
7	111	RGB(1,1,1)	weiß	

Tab. 1: Farbcodierung

Die Abbildungen 2 zeigen der Reihe nach die Codierungen für die Abstände 0 bis 6.



Abb. 2.0: Ursprungsfeld

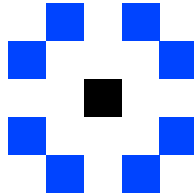


Abb. 2.1: Einheitskreis

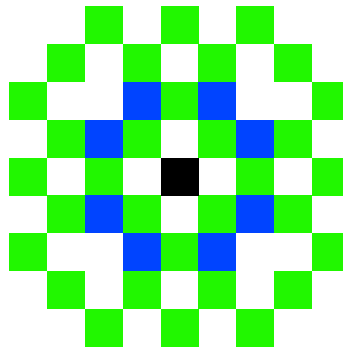


Abb. 2.2: Abstand 2

Die „Übereck-Felder“ haben also den Abstand 2.

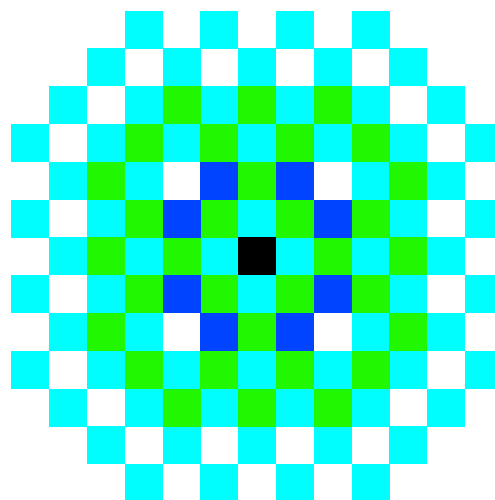


Abb. 2.3: Abstand 3

Benachbarte Felder haben den Abstand 3.

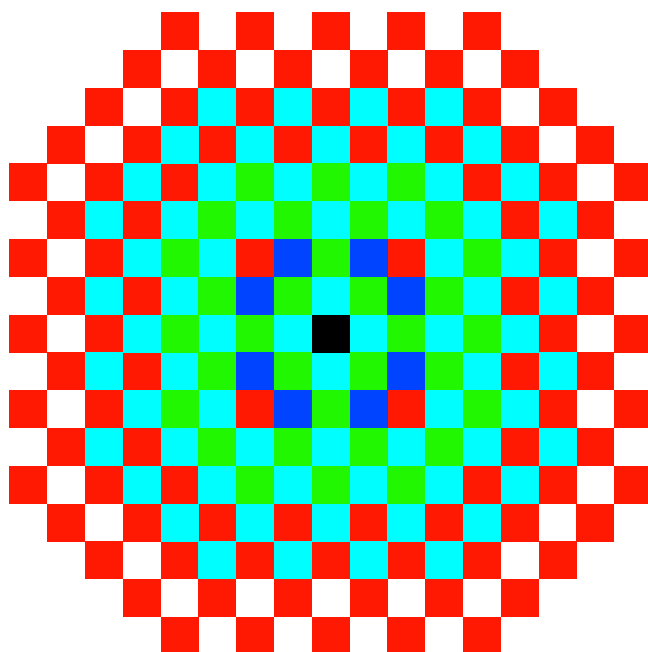


Abb. 2.4: Abstand 4

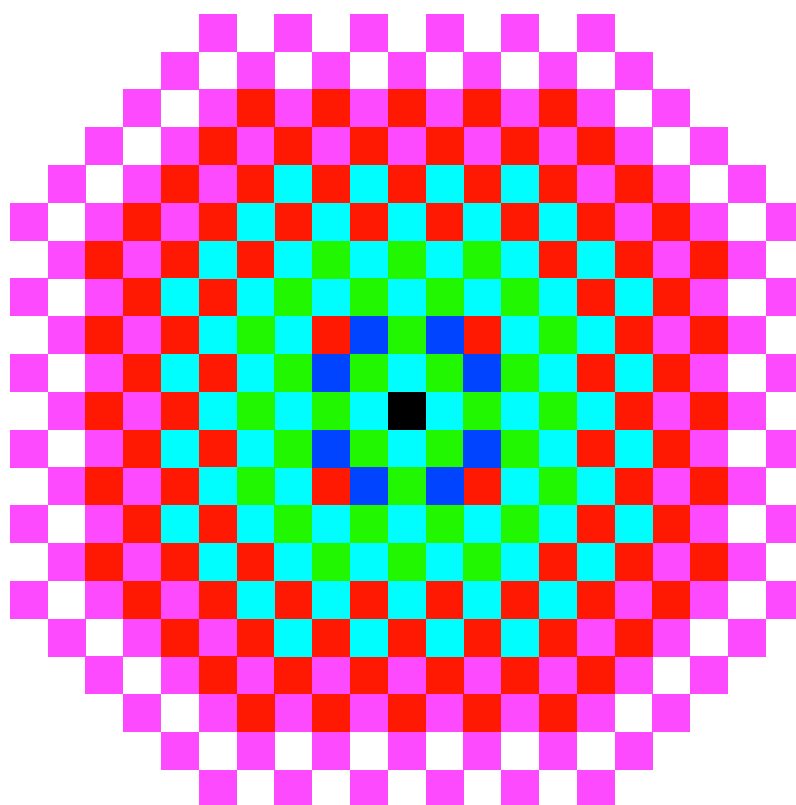


Abb. 2.5: Abstand 5

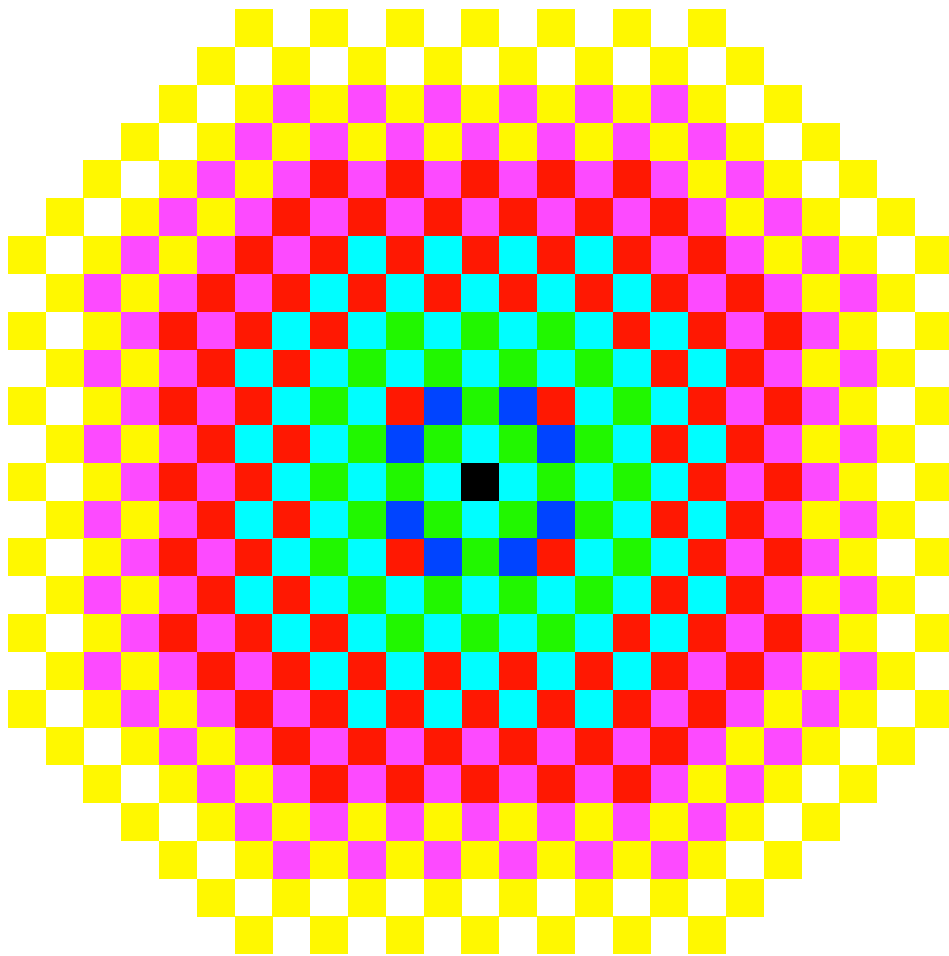


Abb. 2.6: Abstand 6

3 Minimalwege

Wir zählen nun die kürzesten Wege zwischen zwei Feldern mit gegebenem Abstand.
Für den Abstand 1 gibt es nur einen Minimalweg (Abb. 3.1).

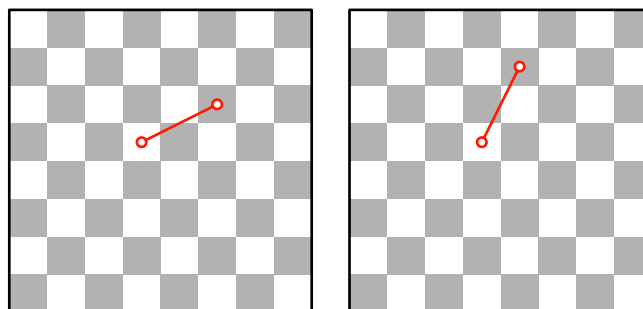


Abb. 3.1: Minimalweg

Die Abbildung 3.2 zeigt modulo die Symmetriegruppe des Quadrates alle möglichen Beispiele für den Abstand 2. Wir haben einen oder zwei Wege. Als Figuren kommen Strecke, Rhombus und Quadrat vor.

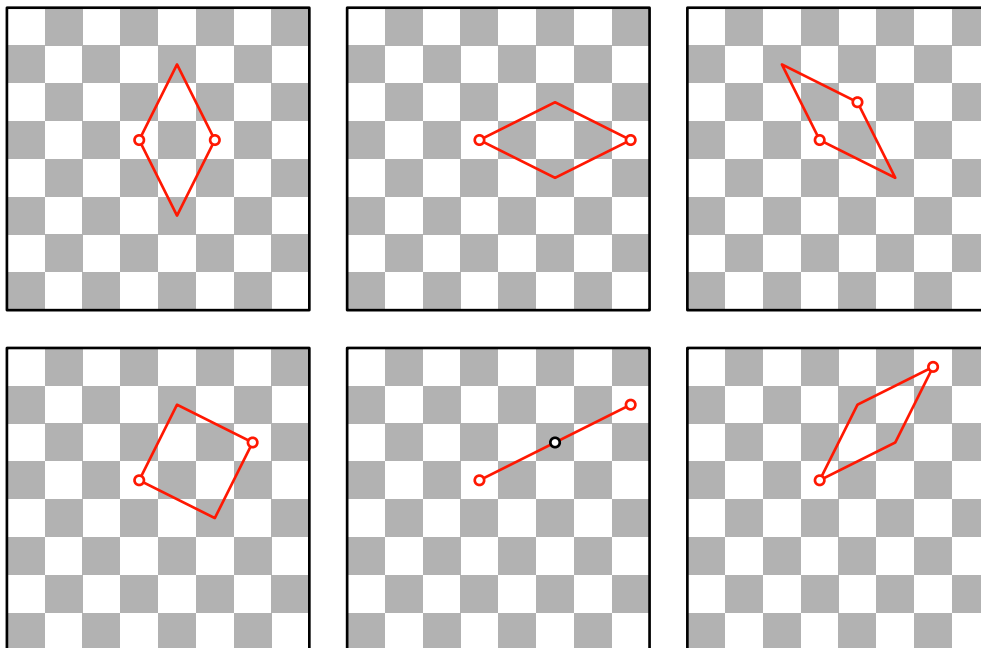


Abb. 3.2: Minimalwege bei Abstand 2

Die Abbildung 3.3 zeigt modulo die Symmetriegruppe des Quadrates alle möglichen Beispiele für den Abstand 3. Die Anzahlen der Minimalwege sind 1, 3, 6, 9 oder 12. Als Figuren erscheinen Strecke, Zusammensetzung zweier Rhomben oder Quadrate, und Würfel sowie Kombinationen davon.

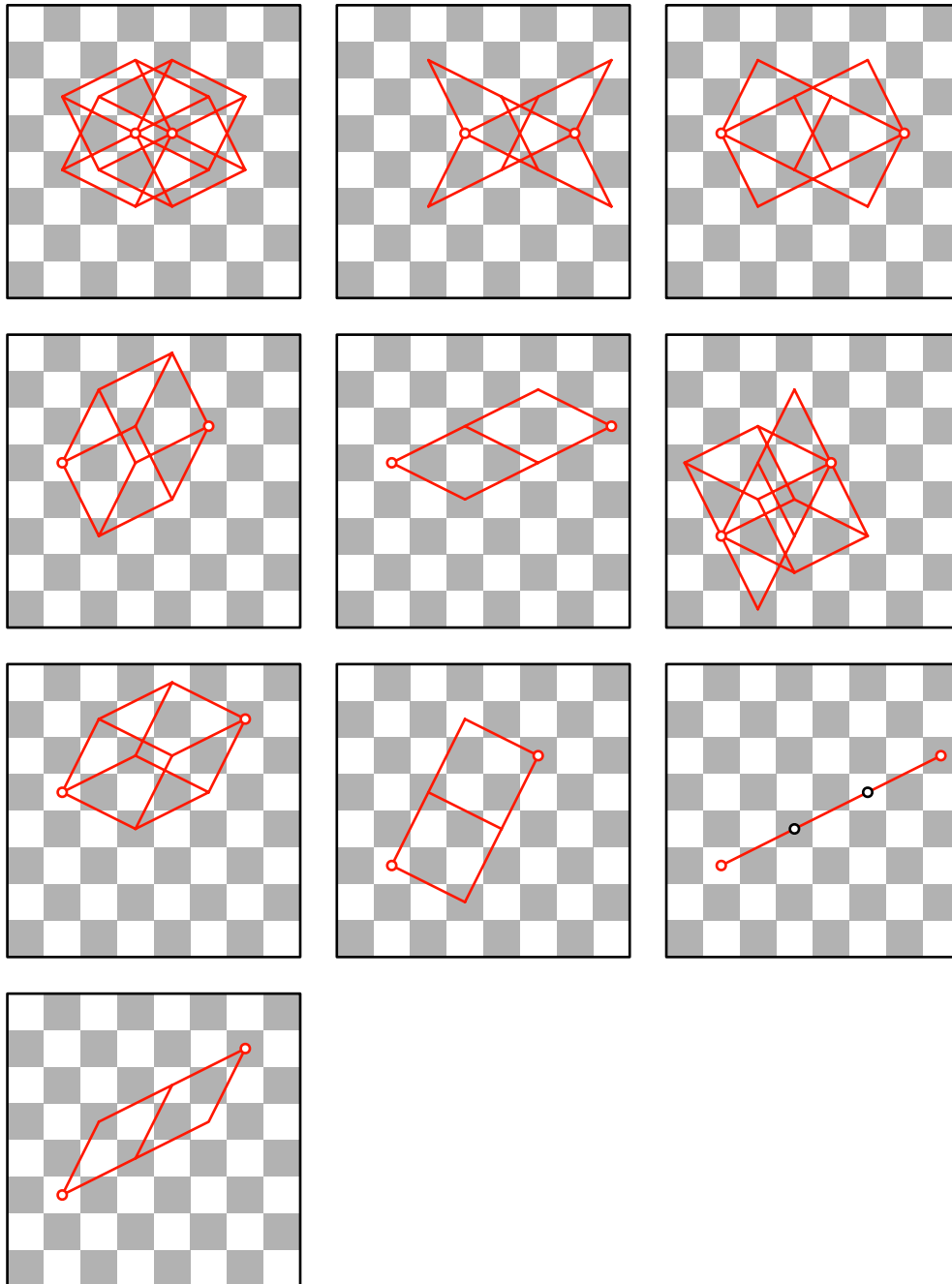


Abb. 3.3: Minimalwege bei Abstand 3

Die Abbildung 3.4 zeigt einige Beispiele für den Abstand 4. Die Strecke der Länge 4 hat nicht Platz im Schachbrett. Im letzten Beispiel sehen wir einen vierdimensionalen Würfel. Der Autor ist nicht sicher, ob alle Beispiele vollständig sind.

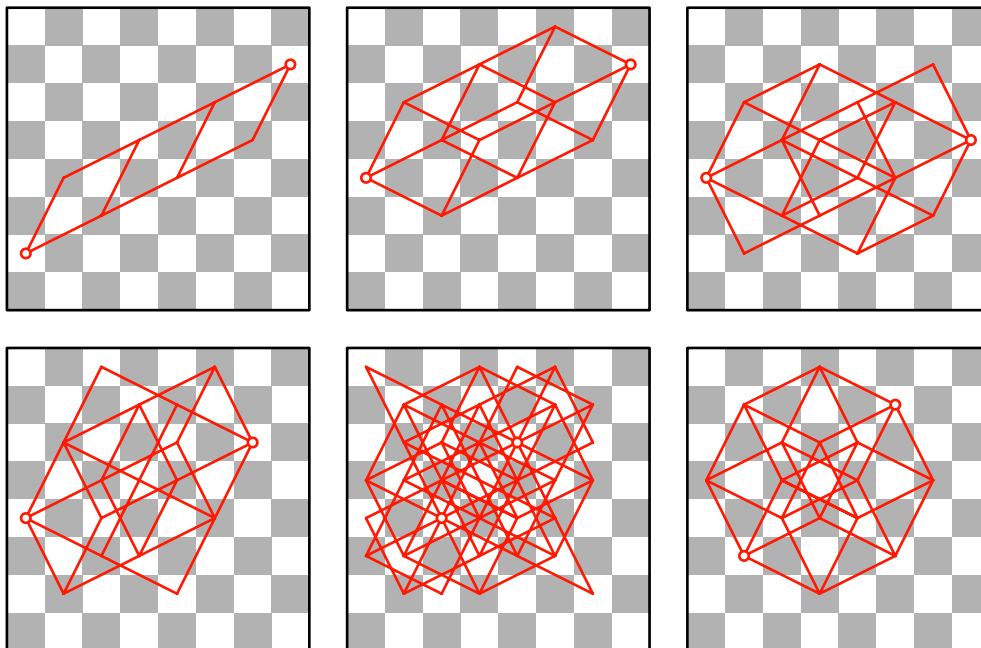


Abb. 3.4: Einige Beispiele zum Abstand 4