

Hans Walser, [20160109]

## Reuleaux-Zweieck

Anregung: Renato Pandi

### 1 Worum geht es?

Ein Zweieck mit Winkeln von  $60^\circ$  kann auf verschiedene Weise in ein gleichseitiges Dreieck eingepasst werden. Die Abbildung 1 zeigt zwei spezielle und eine allgemeine Lage des Zweiecks.

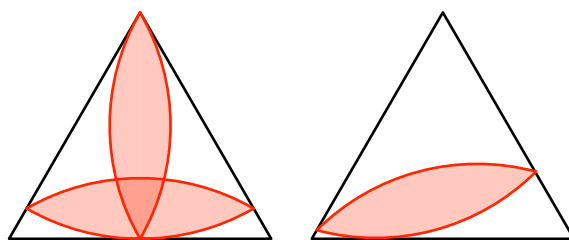


Abb. 1: Spezielle und allgemeine Lage

### 2 Beweis der Einpass-Eigenschaft

Wir beginnen mit dem Zweieck in der speziellen Lage mit horizontaler Sehne (Abbildung 1 links).

Eine der fundamentalen Ideen in der Mathematik besteht darin, ein Problem in ein übergeordnetes einzubinden, darin die Lösung sofort sichtbar wird. Daher binden wir das Dreieck mit dem Zweieck in spezieller Lage in ein regelmäßiges Sechseck ein gemäß Abbildung 2. Jedes Zweieck liegt in „seinem“ Dreieck.

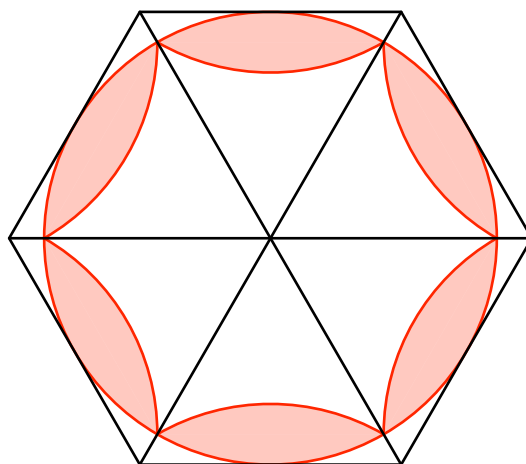
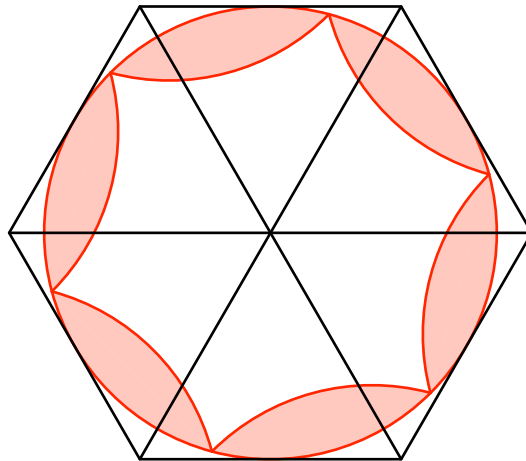


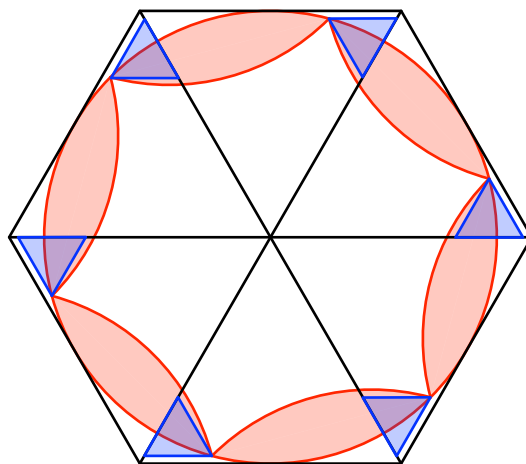
Abb. 2: Spezielle Lage im Sechseck

Nun drehen wir den Zweieck-Kranz um den Sechseckmittelpunkt um einen beliebigen Winkel (Abb. 3 für den Drehwinkel  $15^\circ$ ). Jedes Zweieck ragt jetzt teilweise in das Nachbardreieck.



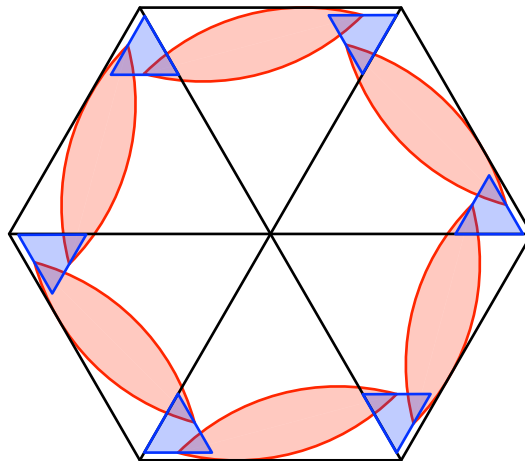
**Abb. 3: Verdrehung des Zweieck-Kranzes**

Wir zeichnen nun blaue gleichseitige Stützdreiecke ein gemäß Abbildung 4.



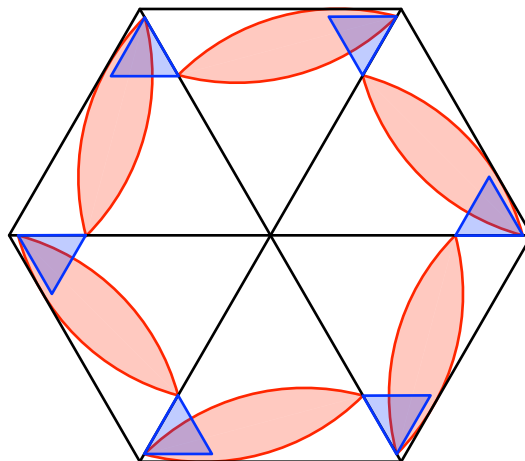
**Abb. 4: Stützdreiecke**

Nun können wir jedes einzelne Zweieck parallel zur berührten Sechseckseite um die Seitenlänge der blauen Stützdreiecke zurückverschieben. Die Abbildung 5 zeigt diesen Prozess bei Halbzeit. Der Zweieck-Kranz ist nun aufgelöst.



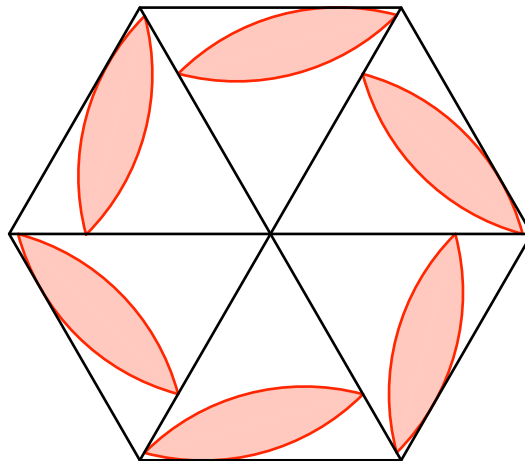
**Abb. 5: Halbzeit der Rückschiebung**

Die Abbildung 6 zeigt die Schlusssituation.



**Abb. 6: Schlusssituation**

Jedes Zweieck ist nun wieder in „seinem“ Dreieck, aber in allgemeiner Lage (Abb. 7).



**Abb. 7: Jedes Zweieck in seinem Dreieck**