

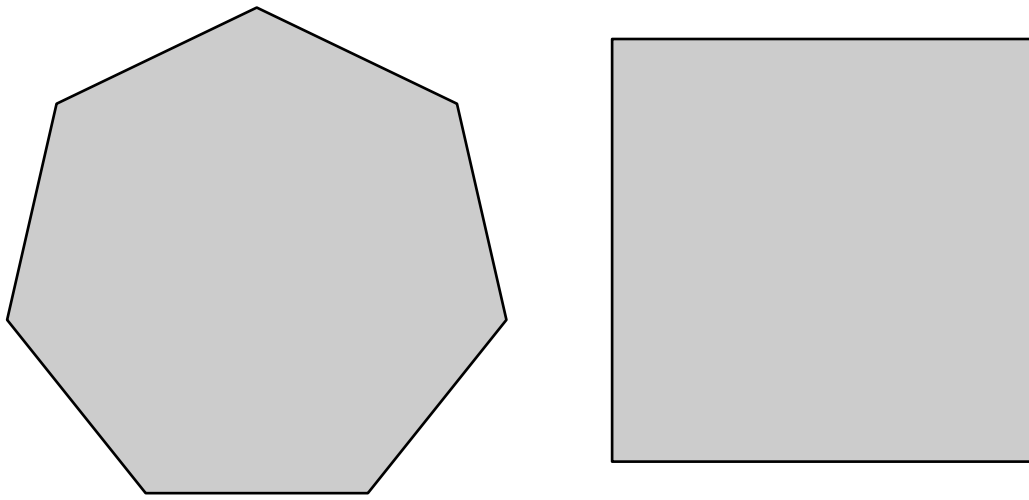
Hans Walser, [20180725]

## Quadratur des Siebenecks

### 1 Worum geht es?

Die Quadratur des Kreises ist nicht möglich (Lindemann, 1882). Das regelmäßige Siebeneck lässt sich nicht mit Zirkel und Lineal konstruieren (Gauß, 1796).

Nach einem Satz von Hilbert gibt es für ein regelmäßiges Siebeneck und ein flächengleiches Quadrat (Abb. 1) eine gemeinsame Zerlegung.



**Abb. 1: Regelmäßiges Siebeneck und flächengleiches Quadrat**

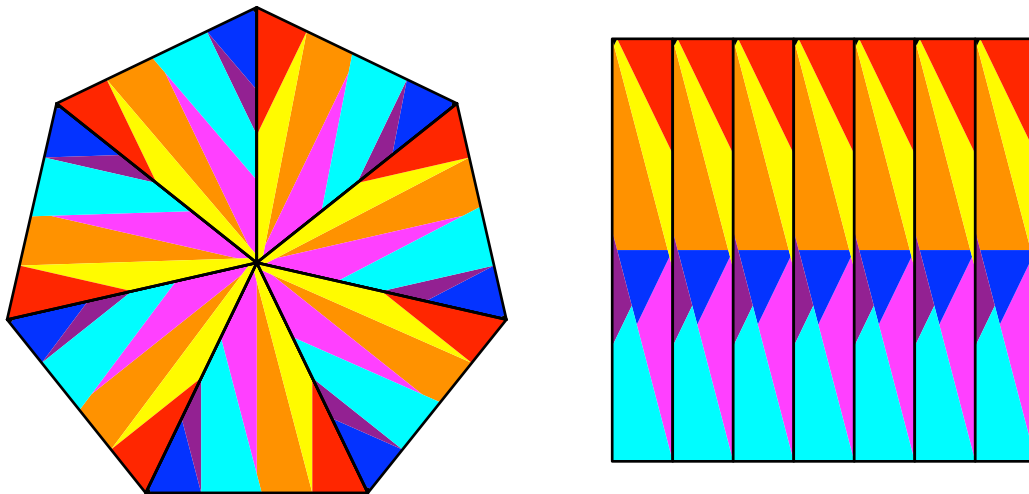
Der Umkreisradius  $r$  des Siebenecks und die Seitenlänge  $s$  des flächengleichen Quadrates verhalten sich wie:

$$r : s = 1 : \sqrt{\frac{7}{2} \sin\left(\frac{360^\circ}{7}\right)} \approx 1 : 1.654 \quad (1)$$

### 2 Beispiele

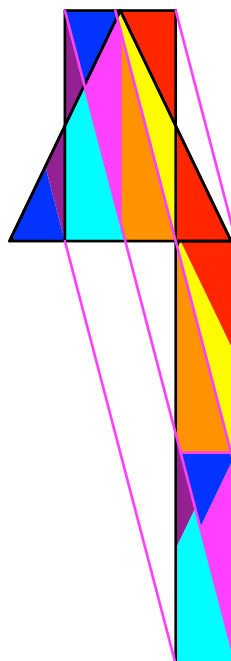
Im Folgenden vier Beispiele. Welches ist das schönste?

## 2.1 Beispiel 1



**Abb. 2: Beispiel 1**

Man beachte das neckische kleine schwarze Dreieck, das sich bei den Siebeneck-Ecken und beispielsweise links oben beim Quadrat findet. Es ist von Auge fast nicht sichtbar, gehört aber zur Familie. Die Abbildung 3 gibt die Schlüsselfigur zu diesem Beispiel.



**Abb. 3: Schlüsselfigur zum Beispiel 1**

## 2.2 Beispiel 2

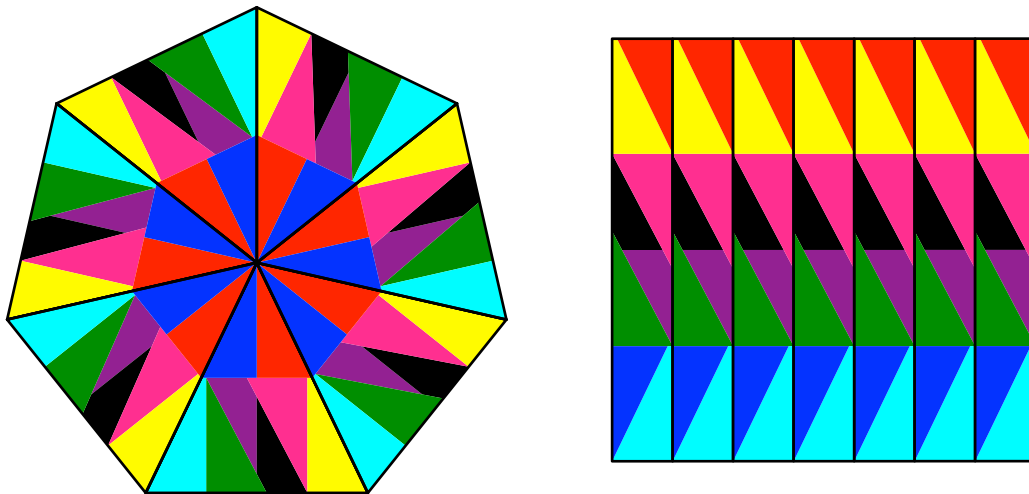


Abb. 4: Beispiel 2

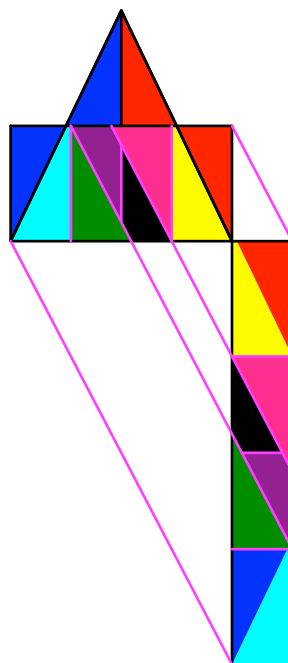


Abb. 5: Schlüsselfigur zum Beispiel 2

### 2.3 Beispiel 3

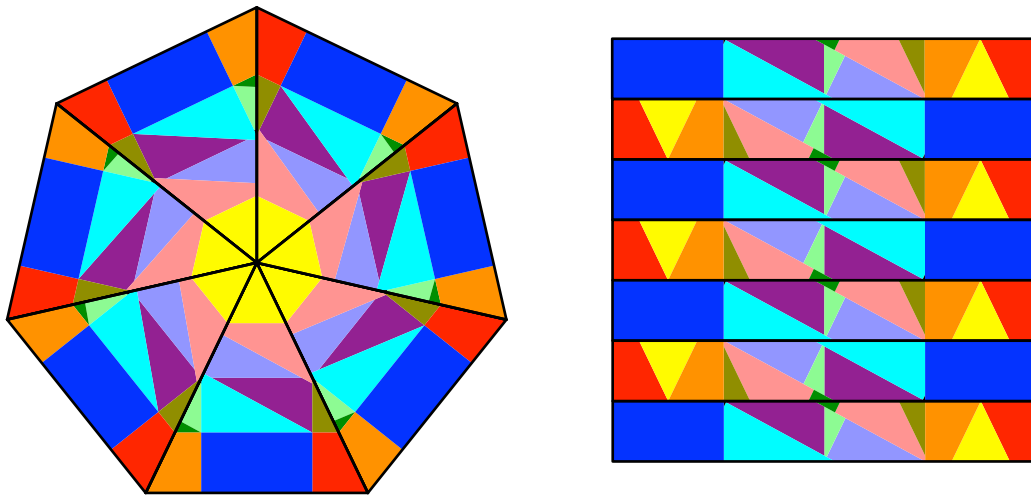


Abb. 6: Beispiel 3

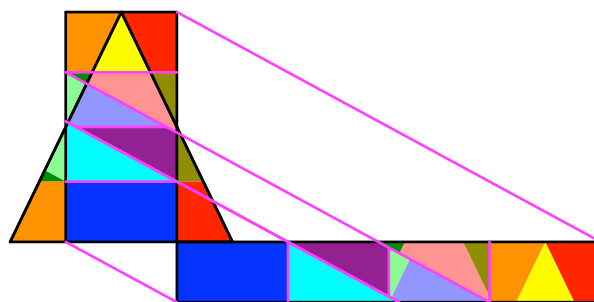


Abb. 7: Schlüsselfigur zum Beispiel 3

## 2.4 Beispiel 4

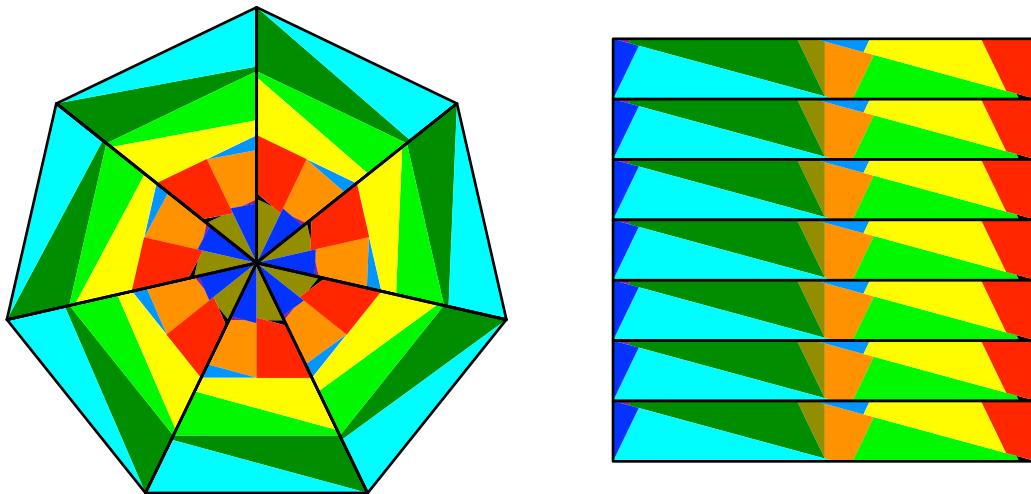


Abb. 8: Beispiel 4

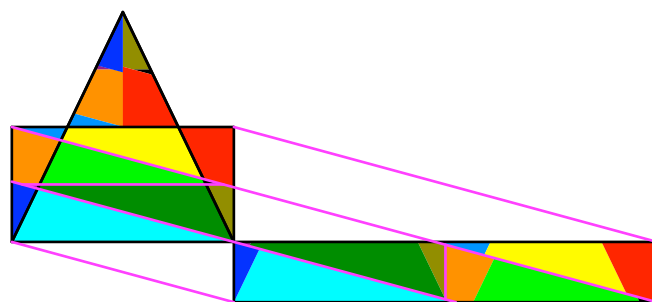


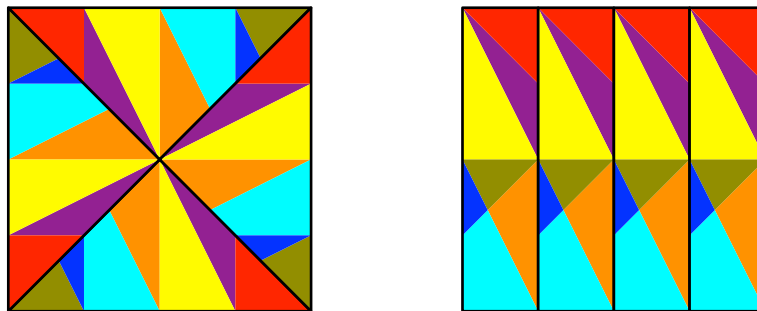
Abb. 9: Schlüsselfigur zum Beispiel 4

### 3 Verallgemeinerung

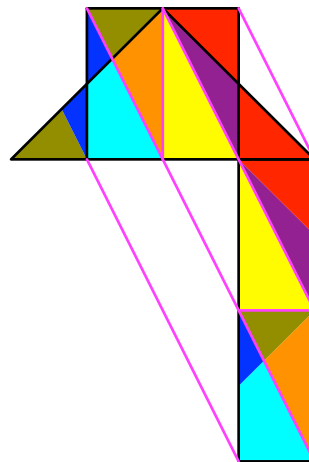
Die an sich unterschiedlichen Beispiele sind alle nach demselben Verfahren gebaut. Ein Sektordreieck wird zerlegungsmäßig auf ein Rechteck abgebildet und dieses auf ein entsprechendes Anteilrechteck des Quadrates.

Wir können im Prinzip alle regelmäßigen Vielecke auf diese Weise zerlegungsgleich zu einem Quadrat machen.

Die Abbildung 10 zeigt exemplarisch die Quadratur des Quadrates, die Abbildung 11 die zugehörige Schlüsselfigur.



**Abb. 10: Quadratur des Quadrates**



**Abb. 11: Schlüsselfigur**

Wäre das auch einfacher gegangen?

## **Weblinks**

[1] Hans Walser: Zwölfeck (abgerufen 20.07.2018):

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck/Zwoelfeck.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck/Zwoelfeck.htm)

[2] Hans Walser: Zwölfeck 2 (abgerufen 20.07.2018):

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck2/Zwoelfeck2.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck2/Zwoelfeck2.htm)

[3] Hans Walser: Zwölfecksfläche (abgerufen 20.07.2018):

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfecksflaeche/Zwoelfecksflaeche.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfecksflaeche/Zwoelfecksflaeche.htm)

[4] Hans Walser: Zwölfeck und Rechteck (abgerufen 20.07.2018):

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck\\_u\\_Rechteck/Zwoelfeck\\_u\\_Rechteck.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck_u_Rechteck/Zwoelfeck_u_Rechteck.htm)

[5] Hans Walser: Zwölfeck und Quadrat (abgerufen 25.07.2018):

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck\\_u\\_Quadrat/Zwoelfeck\\_u\\_Quadrat.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Z/Zwoelfeck_u_Quadrat/Zwoelfeck_u_Quadrat.htm)