

Hans Walser, [20130826]

Quadratrix

1 Die Kurve

Die Abbildung 1 zeigt die so genannte *Quadratrix*, die Kurve mit der Parameterdarstellung:

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{t}{\tan\left(\frac{\pi}{2}t\right)} \\ t \end{bmatrix}, \quad t \in [-1,1]$$

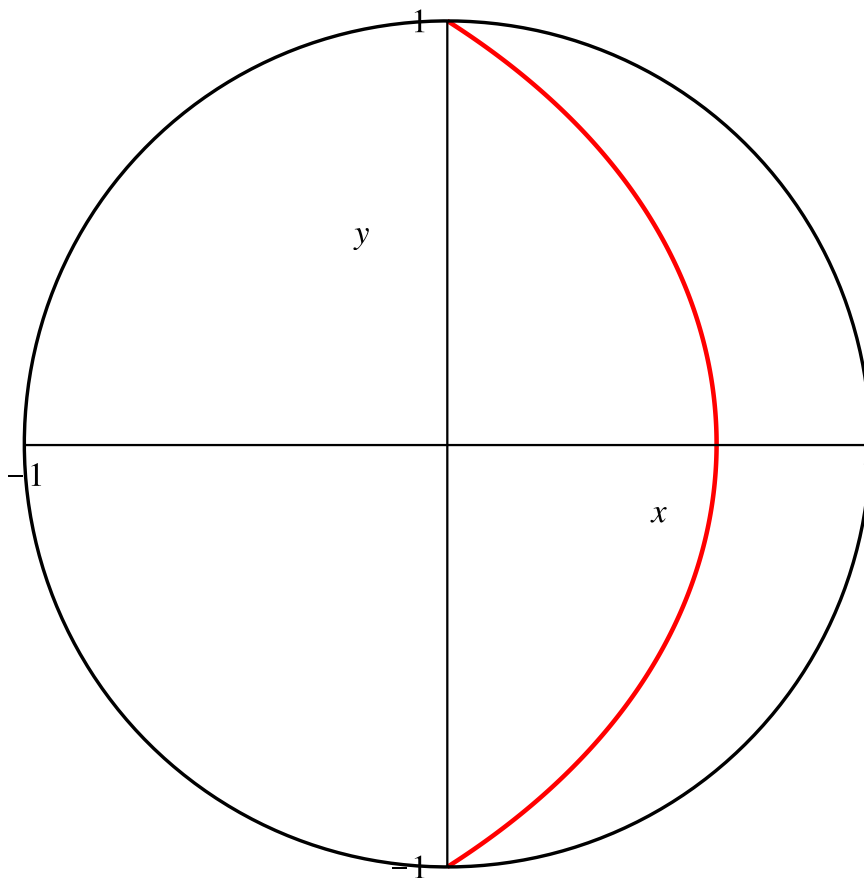


Abb. 1: Quadratrix

Die Quadratrix schneidet die x -Achse bei $x = \frac{2}{\pi}$ und ist daher für allerlei Spielereien im Bereich der Rektifikation oder der Quadratur des Kreises geeignet.

Über die Quadratrix siehe Jäger, Joachim und Schupp, Hans (2012).

2 Geradenscharen

Wir arbeiten nun mit zwei Geradenscharen, nämlich einer Schar von parallelen Linien und einer Schar von Ursprungsgeraden. Die parallelen Linien haben den Abstand $\frac{1}{n}$ und die Ursprungsgeraden den Richtungsabstand $\frac{\pi}{2n}$. In der Abbildung 2 ist $n = 4$.

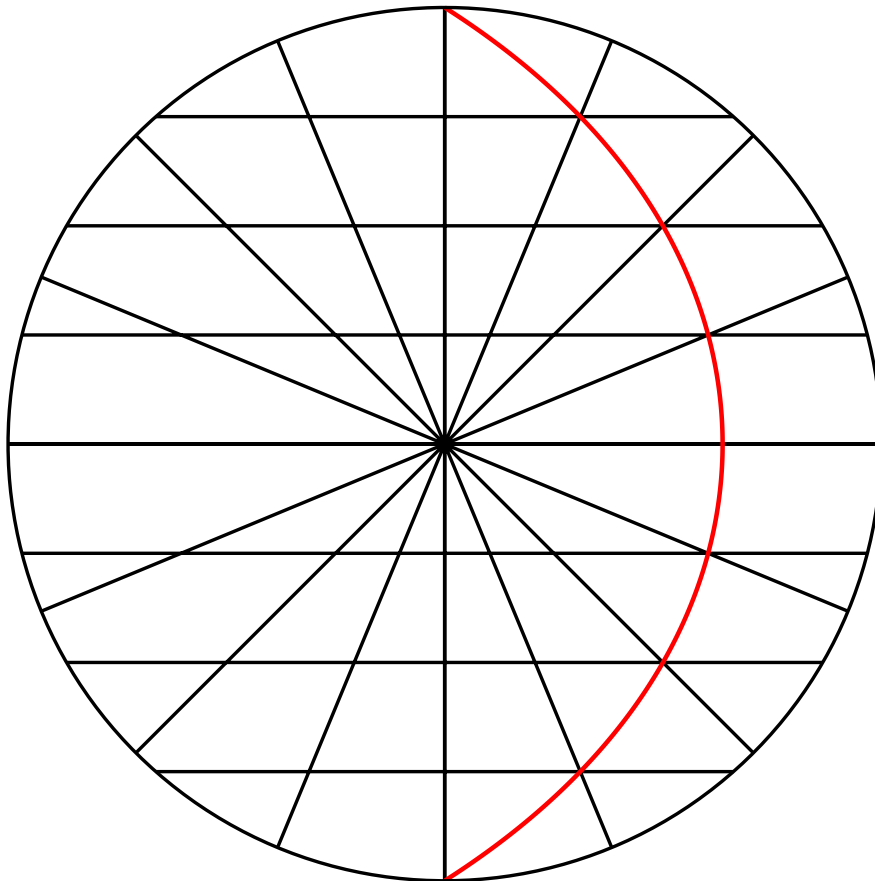


Abb. 2: Geradenscharen

Wir sehen, dass die Quadratrix durch geeignete Schnittpunkte verläuft.

Dies kann zur Winkeldrittung verwendet werden. Der gelb markierte Winkel der Abbildung 3 kann gedrittelt werden, indem der horizontale hellblaue Streifen gedrittelt wird.

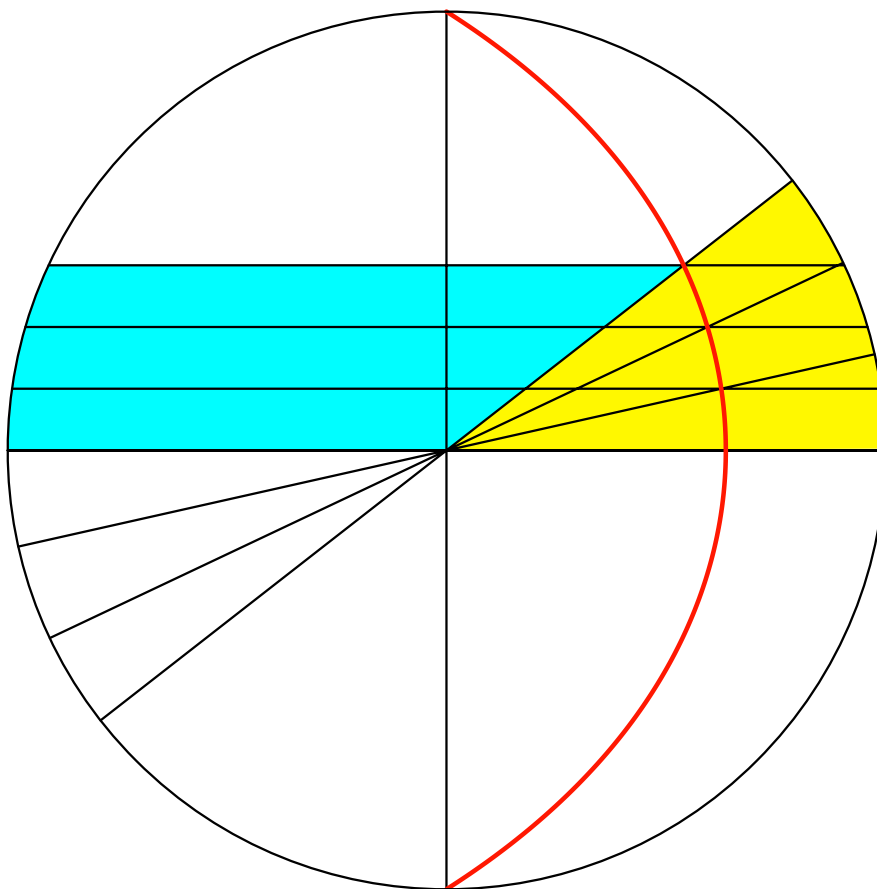


Abb. 3: Winkeldrittung

3 Verdichtung und Überlagerung

Wir zeichnen nur die Geradenscharen mit sehr hoher Teilung (Abb. 4 und 5).

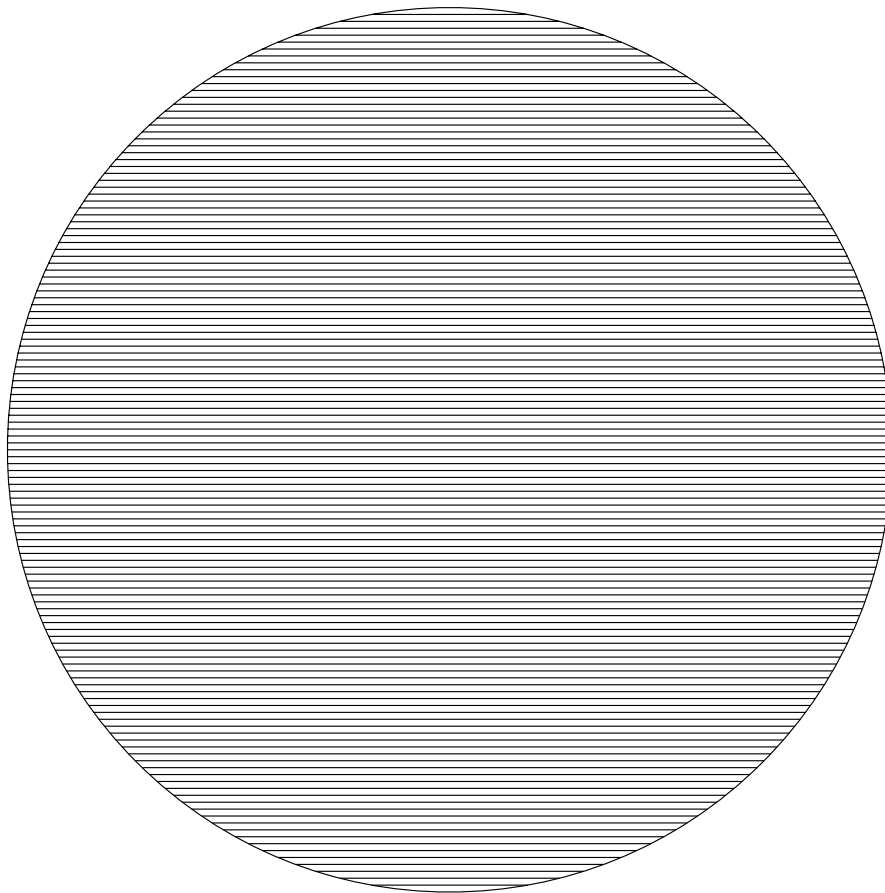


Abb. 4: Parallelen

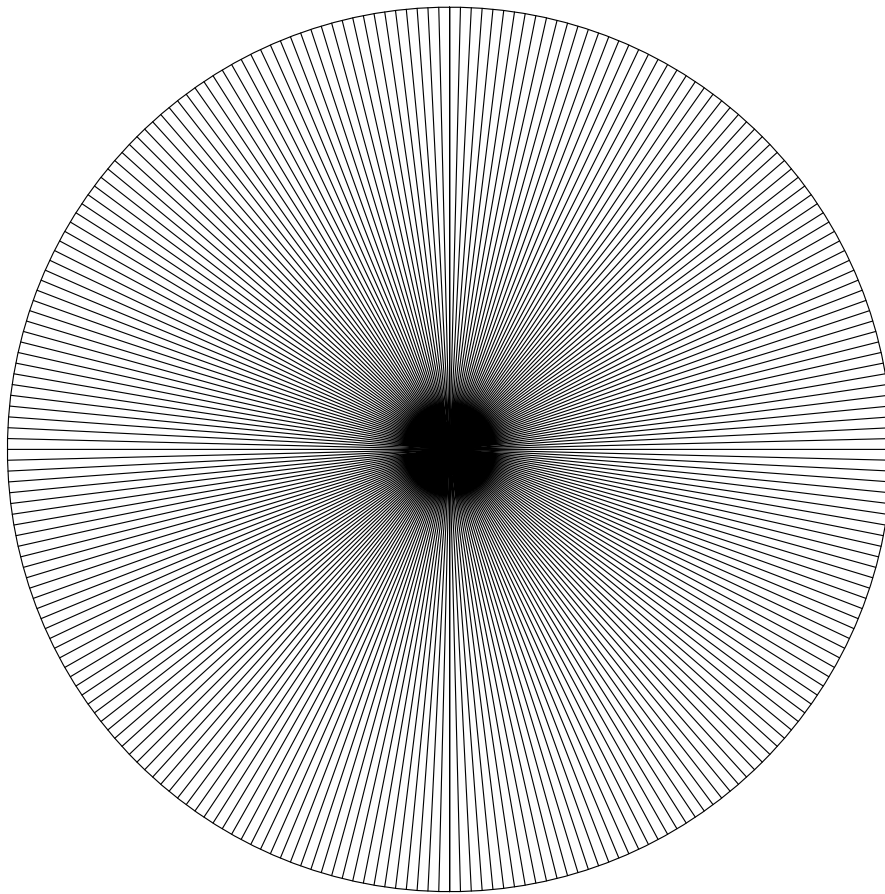


Abb. 5: Ursprungsgeraden

Leider sehen wir am Bildschirm in der Abbildung 5 einen Moiré-Effekt, der mir das Konzept versaut.

Nun überlagern wir die Geradenscharen der Abbildungen 4 und 5. Wir erhalten einen Moiré-Effekt (Abb. 6). Leider haben wir auch hier einen durch die Bildschirmrasterung bedingten zusätzlichen Moiré-Effekt.

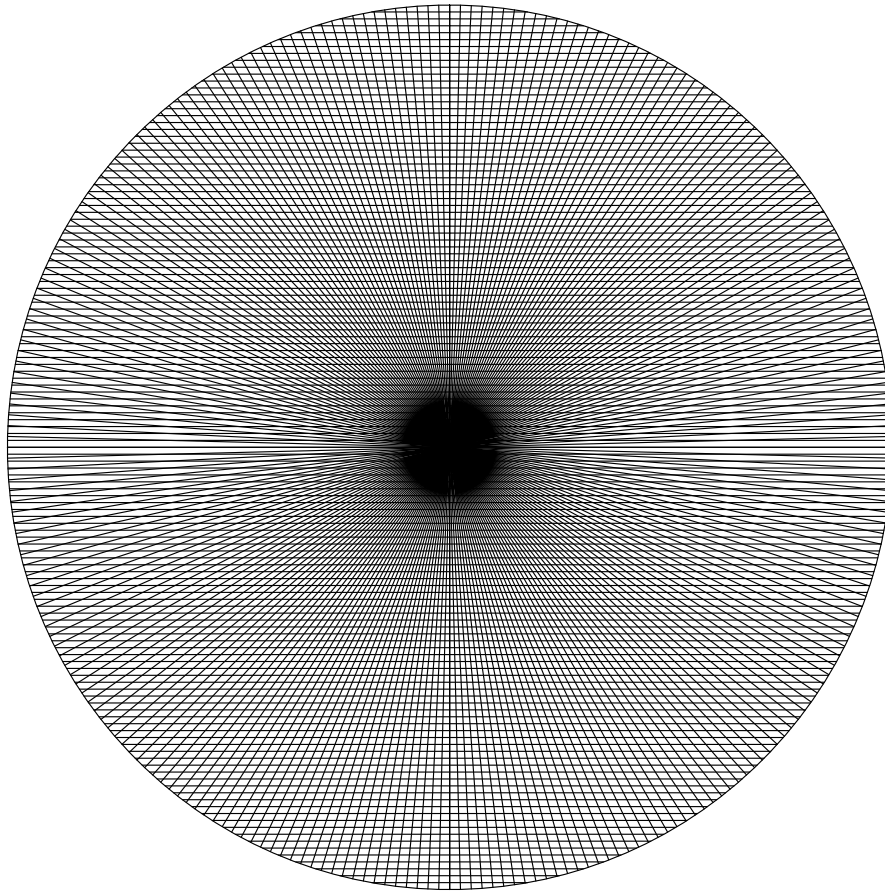


Abb. 6: Moiré-Effekt

Das „Loch“ rechts in der Abbildung 6 ist genau dort, wo die Quadratrix die Horizontale Gerade schneidet, im Koordinatensystem der Abbildung 1 also im Punkt $(\frac{2}{\pi}, 0)$. Die Abbildung 7 illustriert die Situation.

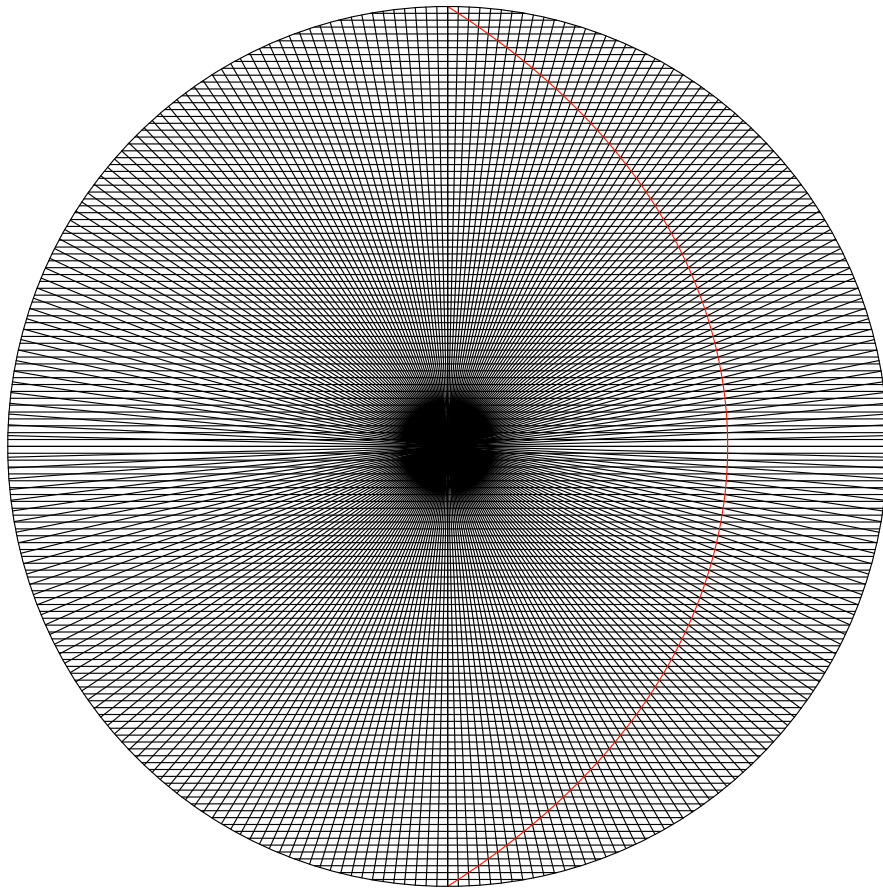


Abb. 7: Mit Quadratrix

4 Benachbarte Kurven

Die Abbildung 8 zeigt eine Achterteilung der Geradenscharen und darin eingezeichnet die Quadratrix (rot) sowie auf beiden Seiten dazu Kurven (blau), welche durch benachbarte Schnittpunkte der Geradenscharen verlaufen.

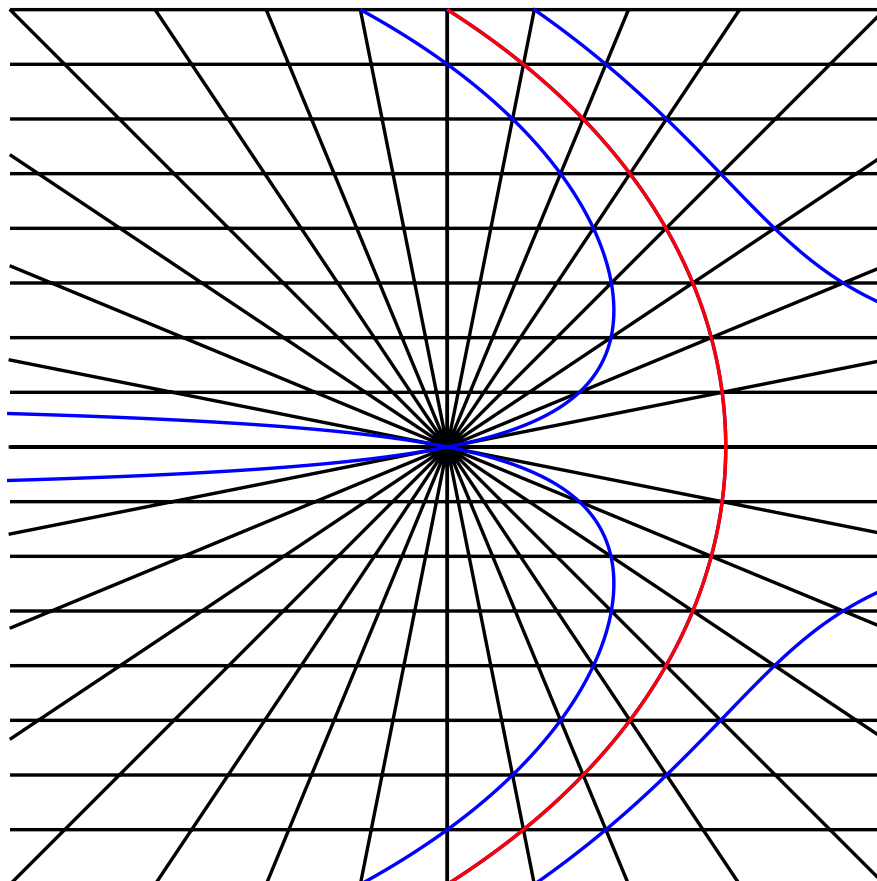


Abb. 8: Benachbarte Kurven

Die Abbildung 9 zeigt weitere benachbarte Kurven.

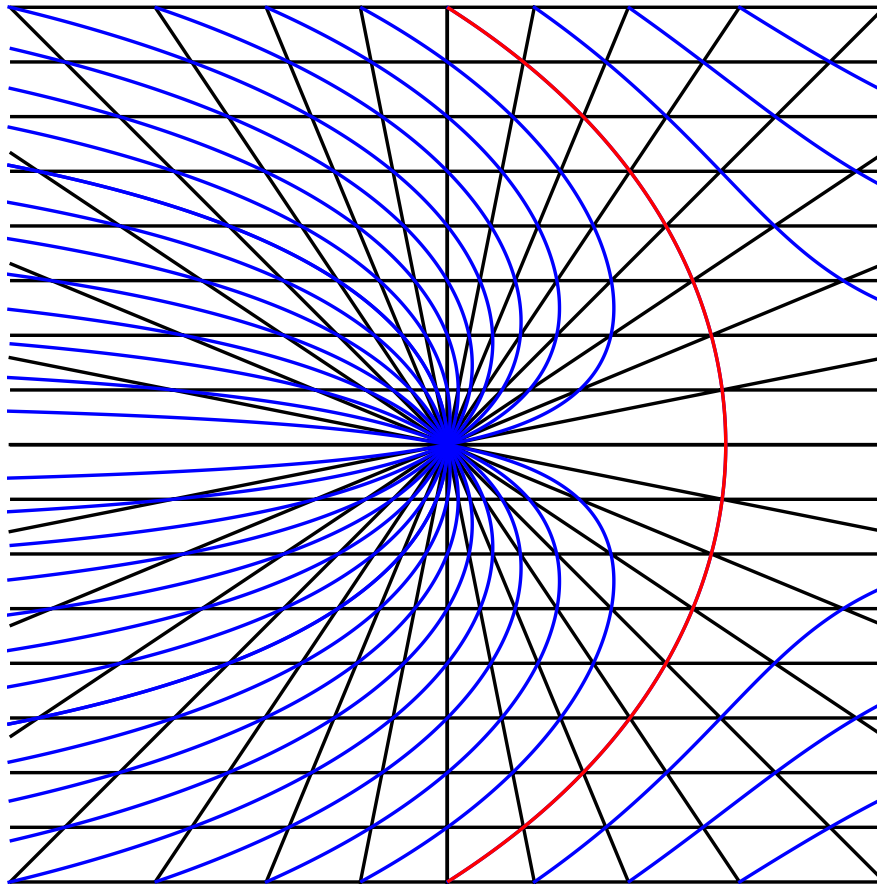


Abb. 9: Weitere benachbarte Kurven

Die Abbildung 10 zeigt zusätzlich die Konterschär, dafür sind die ursprünglichen Gerdenscharen weggelassen. Die Quadratrix ist ebenfalls als Scharcurve gezeichnet.

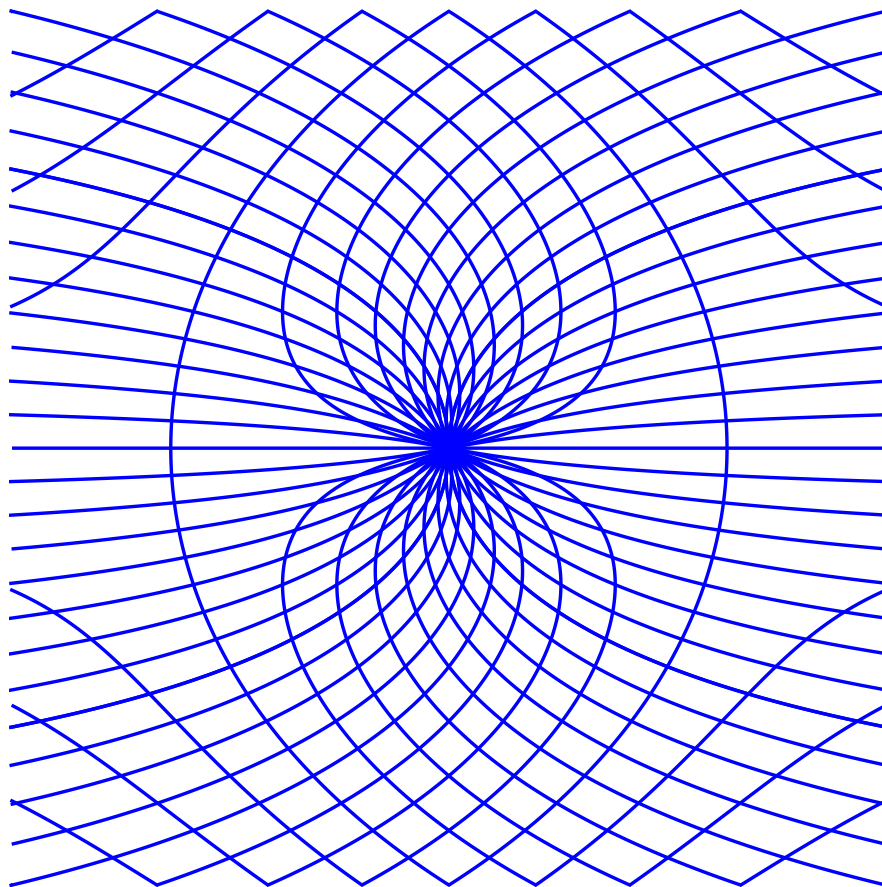


Abb. 100: Kurvenscharen

Literatur

Jäger, Joachim und Schupp, Hans (2012). Die Quadratrix: MU. Der Mathematikunterricht. Analysis – Ratschläge und Vorschläge 1. Herausgeber: Hans Schupp. Jahrgang 58. Heft 5. Oktober 2012.