Hans Walser, [20150426]

Pascal-Dreieck variiert

1 Standard

Wir codieren die Einträge im Pascalschen Dreieck der Binomialkoeffizienten farblich gemäß Parität: rot für gerade und blau für ungerade (Abb. 1). Außerhalb des Dreieckes sei rot. Das Spitzenfeld setzen wir blau.

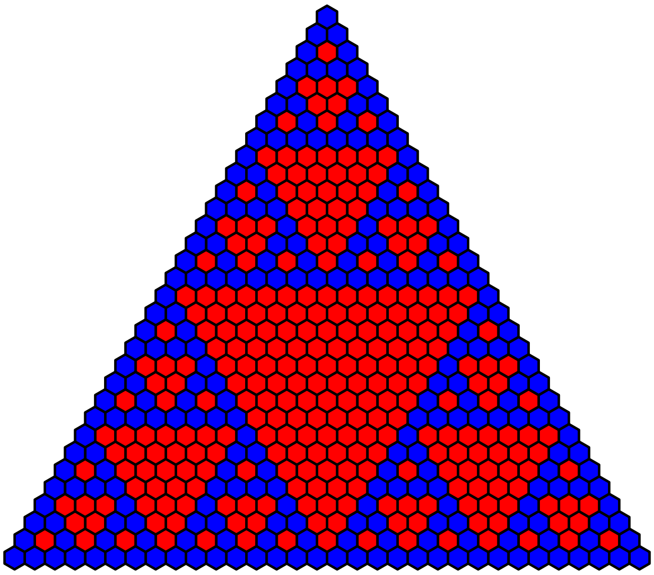

Abb. 1: Farbcodierung

Die Rekursionsformel der Binomialkoeffizienten kann in dieser Farbcodierung auf vier Fälle gemäß Abbildung 2 reduziert werden.

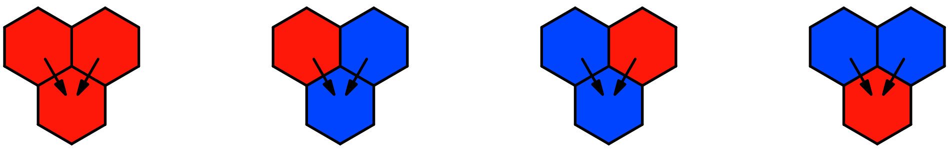

Abb. 2: Farbrekursion

Die beiden Farben links und rechts oberhalb des Feldes definieren die Farbe des Feldes.

2 Variation der Farbrekursion

Wir codieren die Farben mit 0 für gerade und 1 für ungerade. Die Farbrekursion ist also eine Funktion $f(x,y)$ von zwei Variablen, welche je den Wert 0 oder 1 haben können. Dabei stehen x für die Farbe im Feld oben links und y für die Farbe im Feld oben rechts. Wir haben vier mögliche Inputkombinationen. Da als output ebenfalls nur 0 oder 1 in Frage kommen, ergeben sich $2^4 = 16$ mögliche Farbrekursionen. Diese sind in der Tabelle 1 aufgelistet. Die Kopfzeile enthält die vier Inputkombinationen. Jede Zeile im

Tabellenkörper gibt eine Outputkombination. Die letzte Spalte gibt eine dazu passende Funktion.

0,0	0,1	1,0	1,1	$f(x,y)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	$\mathrm{floor}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
0	0	1	0	$\max(x-y,0)$
0	0	1	1	x
0	1	0	0	$\max(y-x,0)$
0	1	0	1	y
0	1	1	0	$(x+y) \bmod 2$
0	1	1	1	$\mathrm{ceil}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
1	0	0	0	$\max(0,1-x-y)$
1	0	0	1	$1-((x+y) \bmod 2)$
1	0	1	0	$1-y$
1	0	1	1	$1-\max(y-x,0)$
1	1	0	0	$1-x$
1	1	0	1	$1-\max(x-y,0)$
1	1	1	0	$1-\mathrm{floor}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
1	1	1	1	1

Tab. 1: Farbrekursionen

Das Beispiel der Abbildung 2 gehört zur Outputkombination (0,1,1,0).

3 Variation der Dreiecke

Es werden die 16 Beispiele durchexerziert, wobei Beispiele mit gleichem Bild zusammengefasst werden. Verschiedene Beispiele sind eher langweilig.

3.1 Blaue Spitze

Die Outputkombinationen (0,0,0,0), (0,0,0,1) ergeben je das Beispiel der Abbildung 3. Wir sehen viel rot.

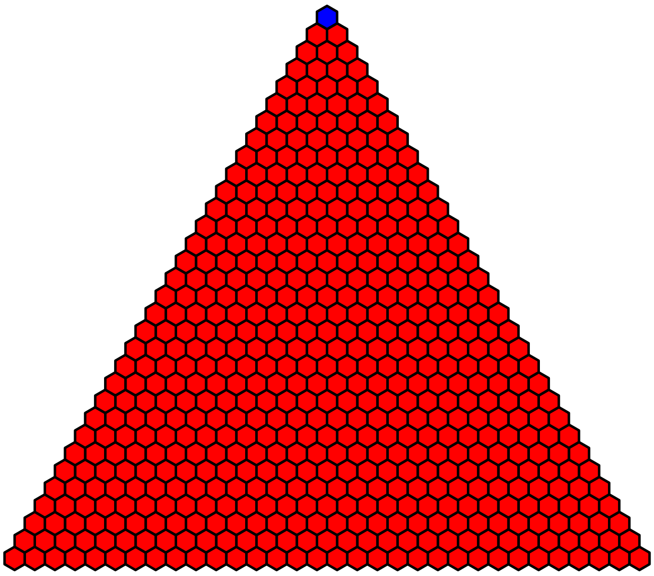

Abb. 3: (0,0,0,0), (0,0,0,1)

3.2 Blaue Schräge rechts

Die Outputkombinationen (0,0,1,0), (0,0,1,1) ergeben je das Beispiel der Abbildung 4.

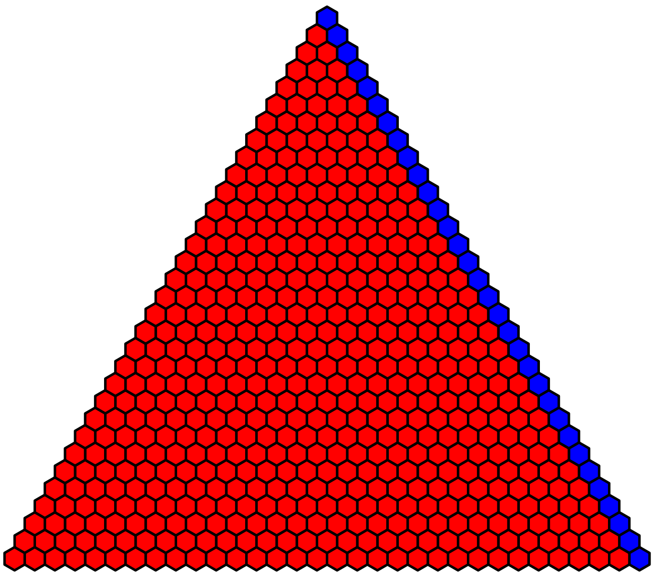

Abb. 4: (0,0,1,0), (0,0,1,1)

3.3 Blaue Schräge links

Die Outputkombinationen (0,1,0,0), (0,1,0,1) ergeben je das Beispiel der Abbildung 5.

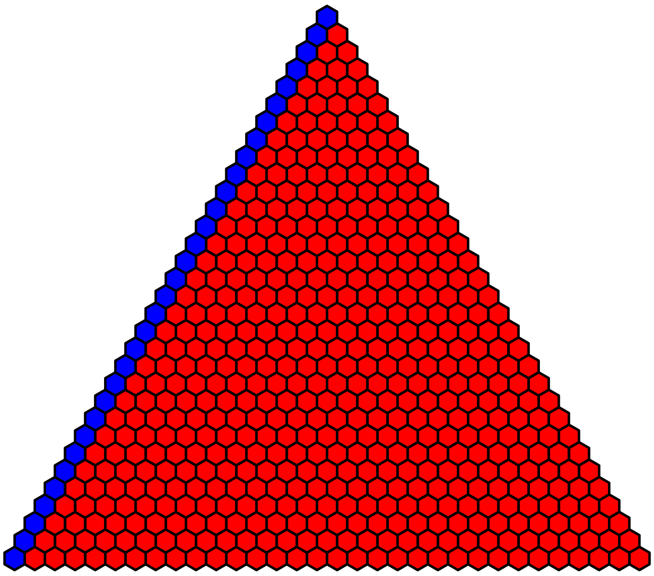

Abb. 5: (0,1,0,0), (0,1,0,1)

3.4 Standard

Die Outputkombination (0,1,1,0) ergibt das schon bekannte Standardbild (Abb. 6).

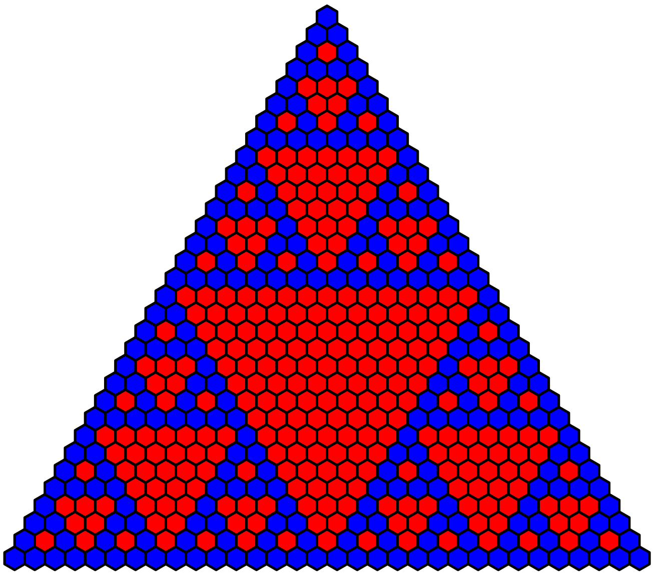

Abb. 6: (0,1,1,0)

3.5 Ganz in Blau

Die Outputkombiantionen (0,1,1,1) und (1,1,1,1) ergibt ein völlig blaues Dreieck (Abb. 7).

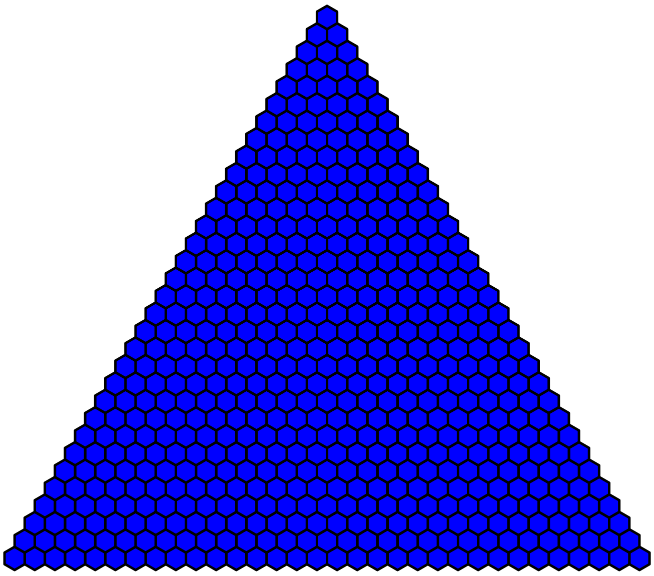

Abb. 7: (0,1,1,1)

3.6 Waagerechte Streifen

Die Outputkombiantion (1,0,0,0) ergibt horizontale Streifen (Abb. 8).

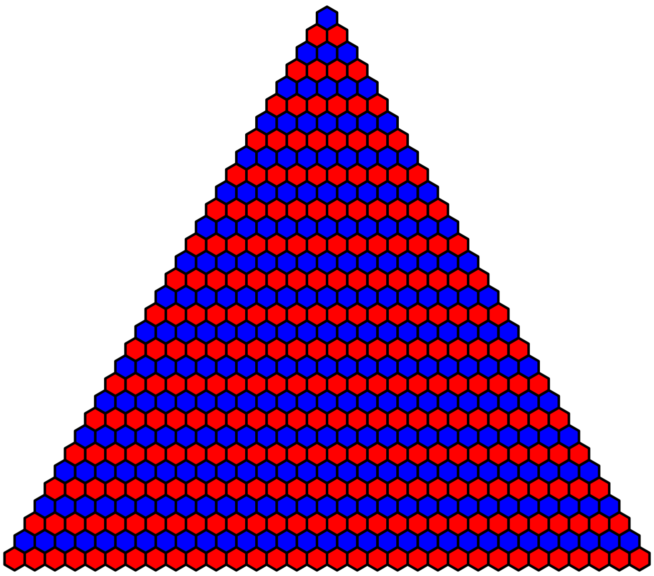

Abb. 8: (1,0,0,0)

3.7 Tausendundeine Nacht

Für (1,0,0,1) erhalten wir etwas, das an den Standardfall erinnert (Abb. 9).

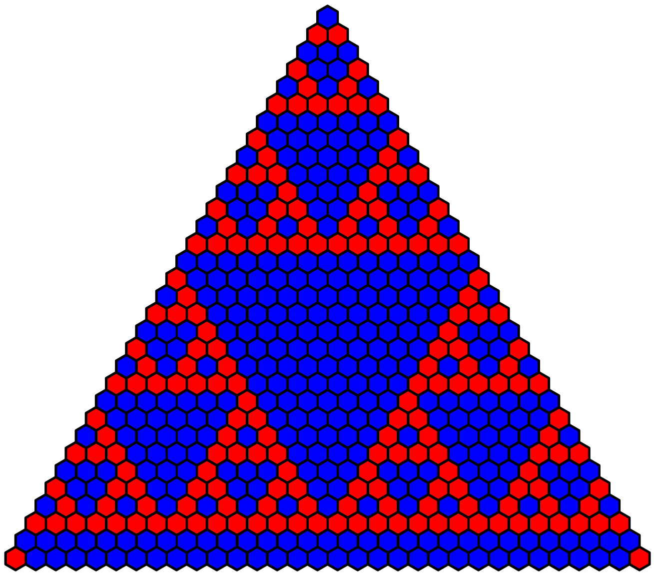

Abb. 9: (1,0,0,1)

3.8 Schräge Streifen

Für (1,0,1,0) und (1,0,1,1) erhalten wir schräge Streifen (Abb. 10).

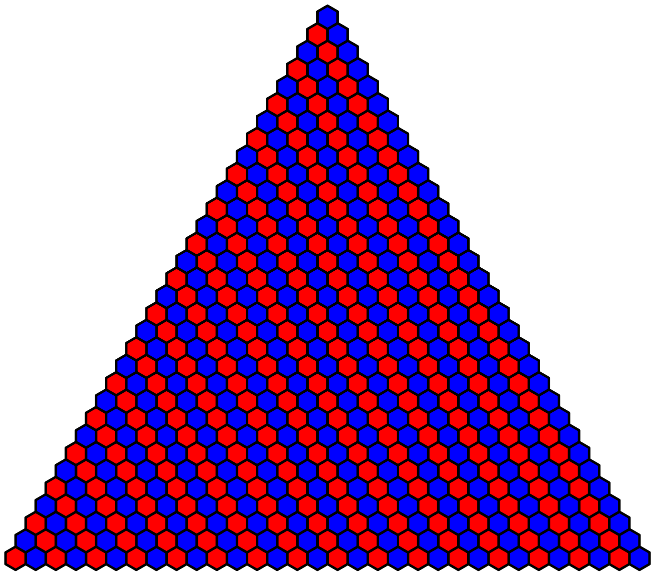

Abb. 10: (1,0,1,0), (1,0,1,1)

Für (1,1,0,0) und (1,1,0,1) erhalten wir ebenfalls schräge Streifen, aber auf die andere Seite schräg (Abb. 11).

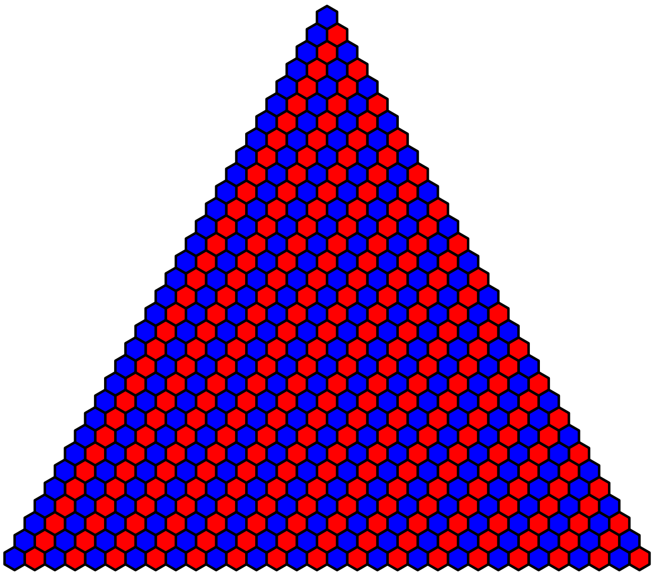

Abb. 11: (1,1,0,0), (1,1,0,1)

3.9 Nochmals horizontale Streifen

Für (1,1,1,0) erhalten wir horizontale Streifen in blauem Rahmen (Abb. 12).

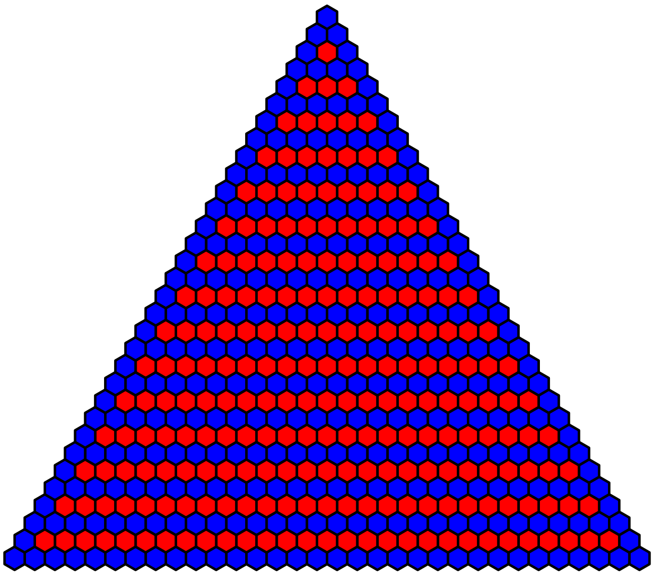

Abb. 12: (1,1,1,0)