Hans Walser, [20080113a]

Parabeln

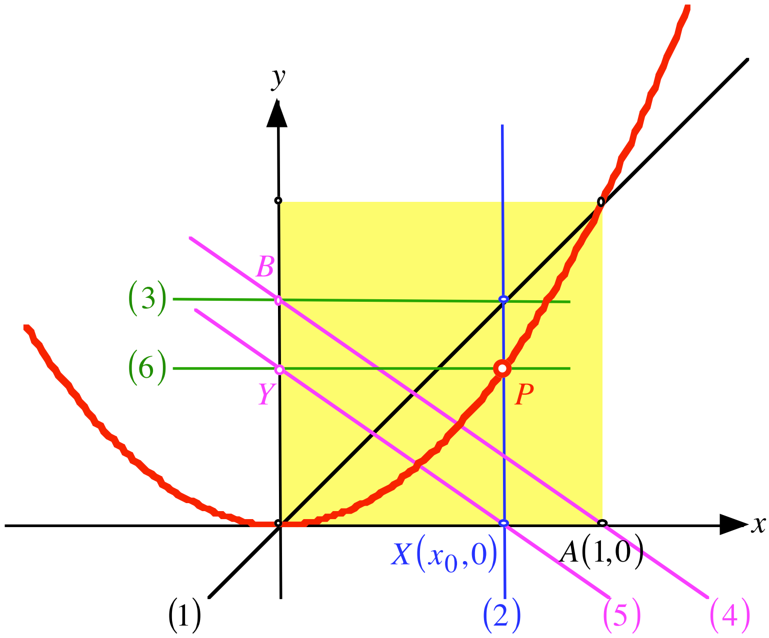
Anregung: Archimedes. [Netz/Noel 2007]

1 Worum es geht

Es werden Parabeln mit Hilfe von Verhältnissen punktweise konstruiert.

2 Grundkonstruktion

Wir wählen einen Punkt $X(x_0,0)$ auf der Basislinie des Einheitsquadrates und konstruieren dann den Punkt P gemäß der in der Figur angedeuteten Reihenfolge.



Konstruktion

Der Punkt P liegt auf der Parabel $y = x^2$.

Zur Begründung die Bezeichnungen $B(0,b_0)$ und $Y(0,y_0)$. Wegen (1), (2) und (3) ist $b_0 = x_0$. Da (4) und (5) parallele Geraden sind, folgt:

$$\frac{y_0}{b_0} = \frac{x_0}{1}$$

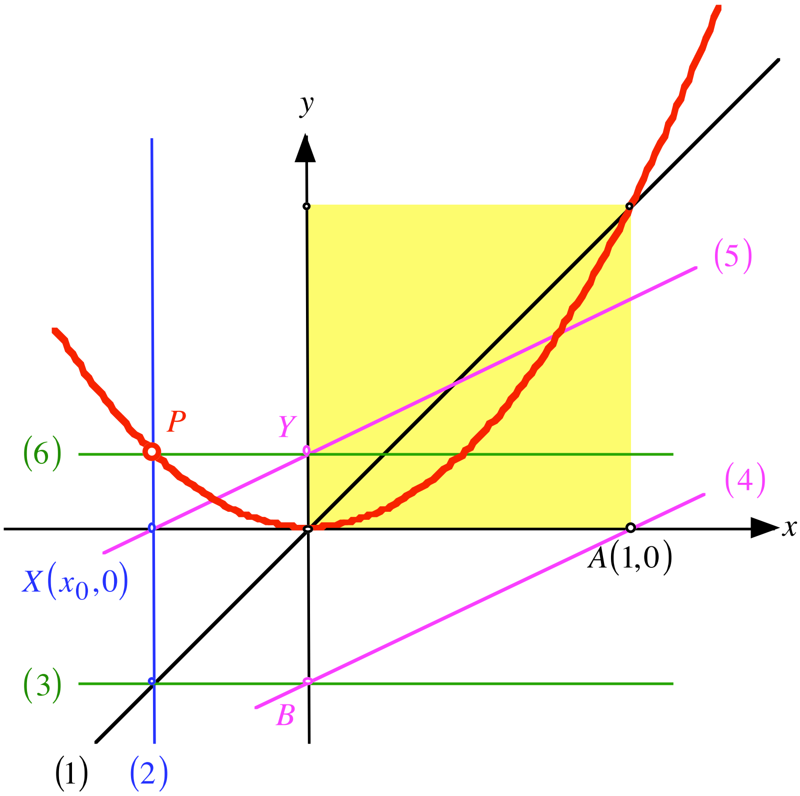
Wegen $b_0 = x_0$ erhalten wir daraus:

$$\frac{y_0}{x_0} = \frac{x_0}{1}$$

Wir haben eine so genannte „mittlere Proportionale“ x_0. Es ist: $y_0 = x_0^2$.

Mit Cabri-Géomètre lässt sich dann mit dem Befehl *Ortskurve* die Parabel zeichnen. Es empfiehlt sich dabei, für $X(x_0,0)$ nur ein beschränktes Intervall auf der Basislinie zuzulassen, eine Strecke also, statt der ganzen Geraden. Cabri-Géomètre hat sonst Schwierigkeiten.

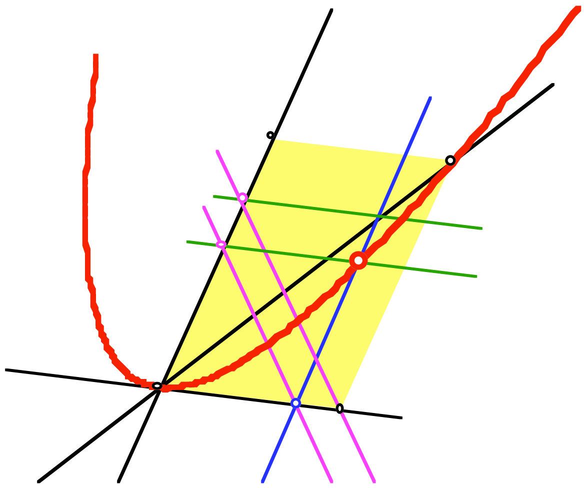
Die Konstruktion funktioniert auch für negative x_0-Werte .



Negativer x_0-Wert

3 Affine Verallgemeinerung

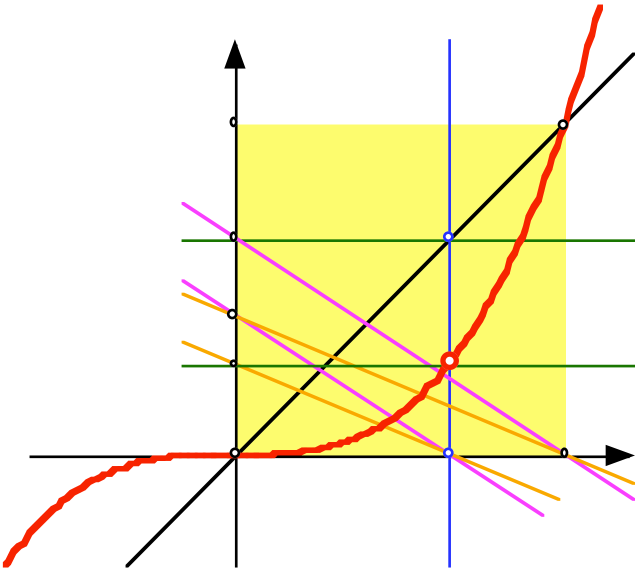
Wir können das Einheitsquadrat durch ein Parallelogramm ersetzen.



Affine Verzerrung

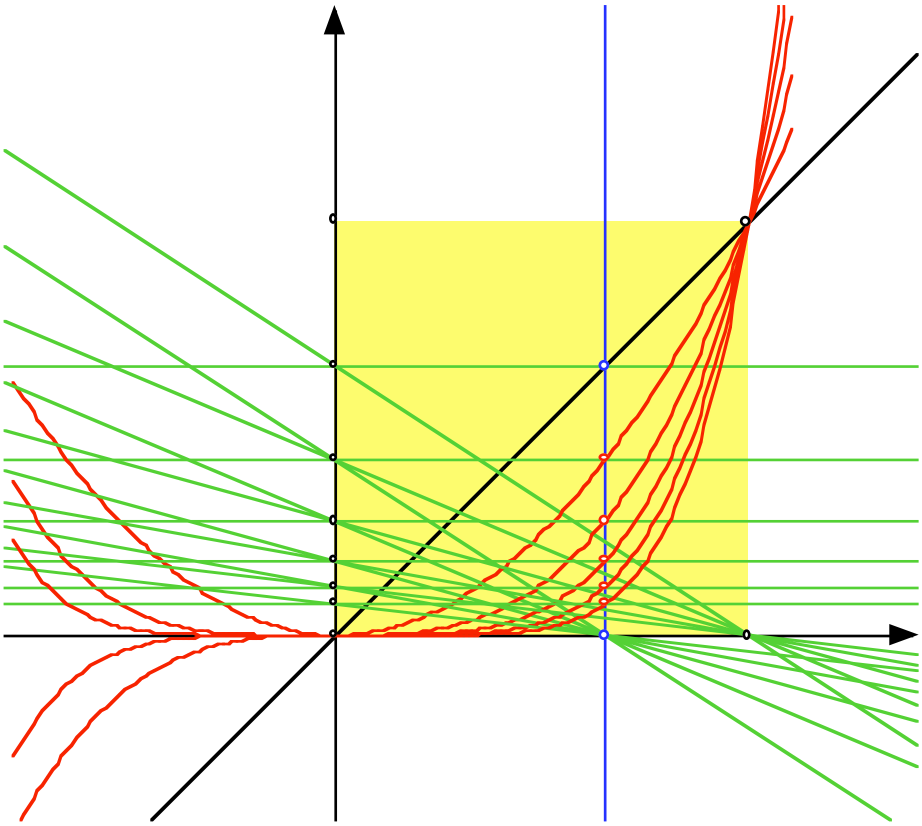
4 Parabeln höheren Grades

Wenn wir das Verhältnis $\frac{x_0}{1}$ ein weiteres Mal übertragen, ergibt sich eine kubische Parabel.



Kubische Parabel

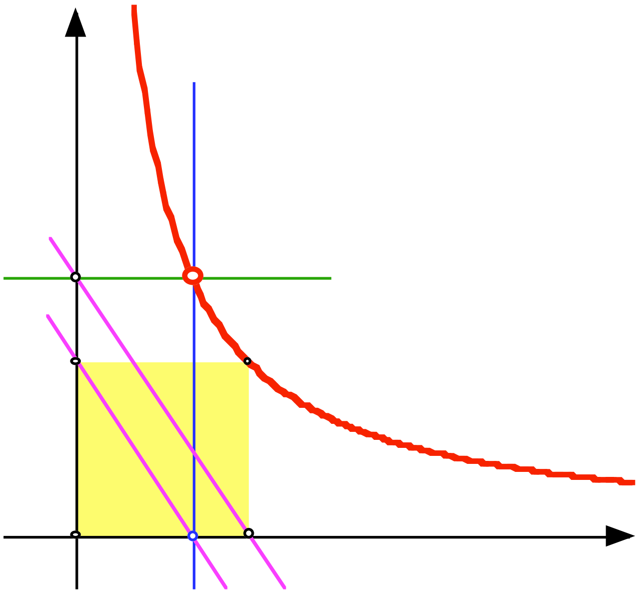
Und so weiter.



Parabeln der Grade 2 bis 6

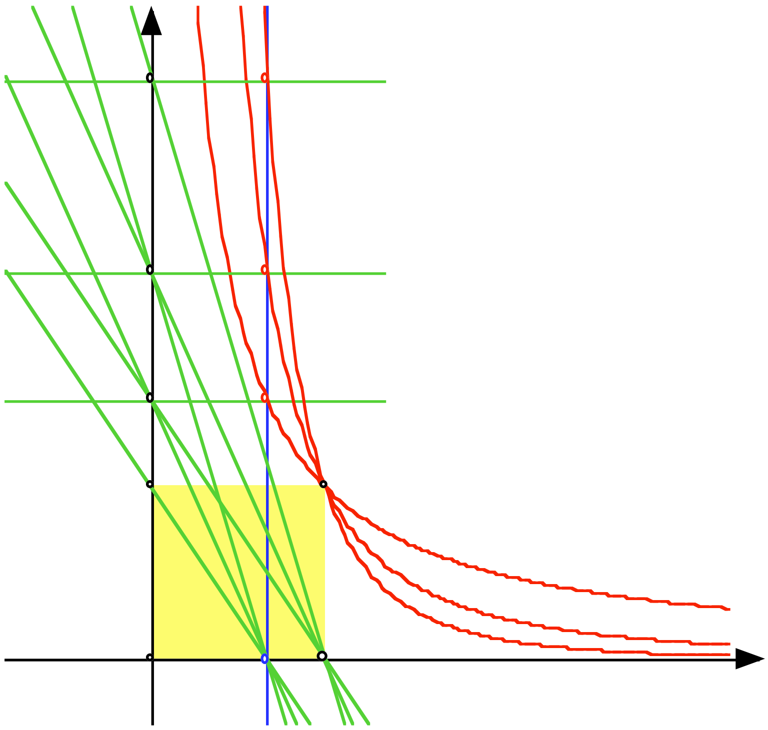
5 Negative Exponenten

Durch eine kleine Modifikation erhalten wir $y = x^{-1}$. Das Verhältnis wird umgekehrt abgetragen.



Grad –1

Auch das lässt sich weiterführen.



Grade –1, –2, –3

Literatur

[Netz/Noel 2007] Netz, Reviel und Noel,William: Der Kodex des Archimedes. Das berühmteste Palimpsest der Welt wird entschlüsselt. Aus dem Englischen von Thomas Filk. 2. Auflage. München: Verlag C. H. Beck 2007. ISBN 978 3 406 56336 2