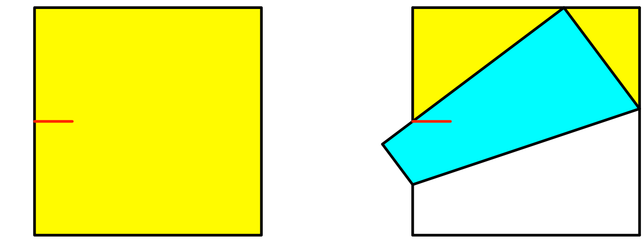
Hans Walser, [20180331]

Origami-Rätsel

1 Faltvorgang

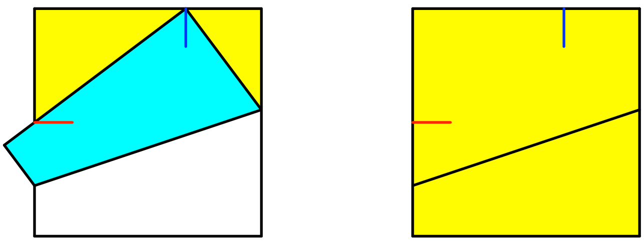
Am linken Rand bringen wir in der Mitte eine Faltmarkierung an (rot in Abb. 1a). Dann falten wir so, dass die untere Kante auf diese Markierung und die rechte untere Ecke auf die Oberkante zu liegen kommen (Abb. 1b).



a) b)

Abb. 1: Erster Faltschritt

Beim Berührungspunkt auf der Oberkante bringen wir eine zweite Faltmarkierung an (blau in Abb. 2a) und falten auf (Abb. 2b).



a) b)

Abb. 2: Markieren und Auffalten

Nun falten wir weiter gemäß Abbildung 3a. Wie groß ist der in der Abbildung 3b eingezeichnete Winkel?

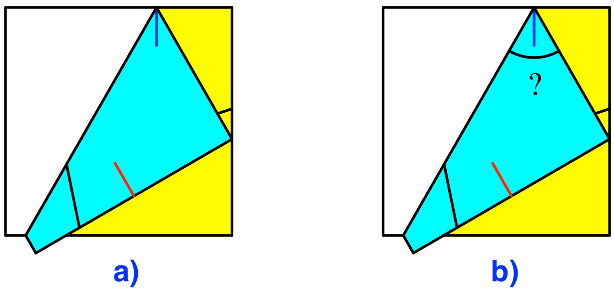


Abb. 3: Zweiter Faltschritt

2 Bearbeitung

Der Winkel misst 60°. Dies kann wie folgt eingesehen werden. Wir setzen die Kantenlänge des Origamipapiers auf 1 und arbeiten mit den Daten und Bezeichnungen der Abbildung 4.

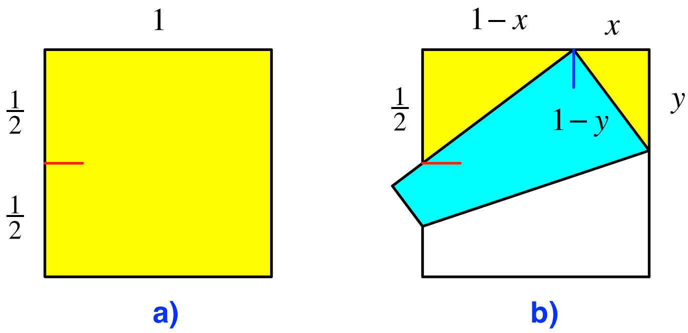


Abb. 4: Daten und Bezeichnungen

Aus der Ähnlichkeit der beiden gelben rechtwinkligen Dreiecke (Abb. 4) folgt:

$$\frac{y}{x} = \frac{1-x}{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad y = 2x(1-x) \tag{1}$$

Der Satz des Pythagoras ergibt für das Dreieck rechts oben:

$$x^2 + y^2 = (1-y)^2 \quad \Rightarrow \quad y = \tfrac{1}{2}\left(1-x^2\right) = \tfrac{1}{2}(1-x)(1+x) \tag{2}$$

Gleichsetzen von (1) und (2) liefert die quadratische Gleichung für x:

$$2x(1-x)=\tfrac{1}{2}(1-x)(1+x) \tag{3}$$

Diese Gleichung (3) hat die beiden Lösungen:

$$x_1=1, \quad x_2=\tfrac{1}{3} \tag{4}$$

Die zweite Lösung ist die für uns relevante Lösung (was ist mit der ersten Lösung?). Für den zweiten Faltschritt (Abb. 3) haben wir somit die Maßverhältnisse der Abbildung 5.

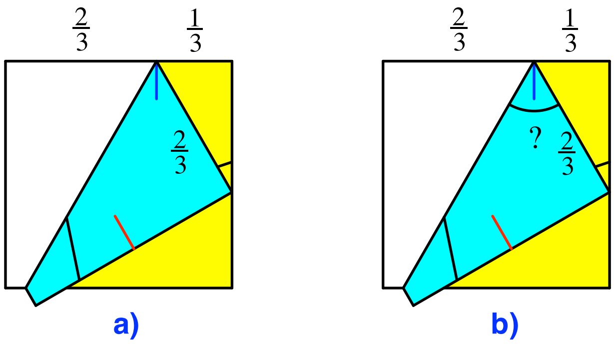


Abb. 5: Maße

Das gelbe rechtwinklige Dreieck rechts oben ist ein halbes gleichseitiges Dreieck. Daraus ergibt sich, dass die drei Winkel bei der blauen Faltmarkierung alle 60° messen.

3 Erinnerung

Die Abbildung 6 zeigt eine konventionelle Methode, einen Winkel von 60° mit Falten zu konstruieren.

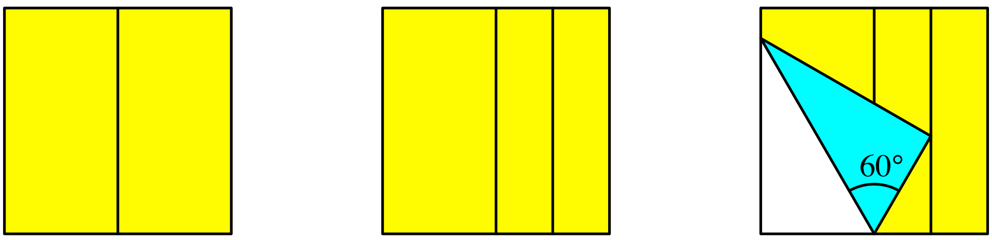


Abb. 6: Falten eines Winkels von 60°