

Hans Walser, [20150711]

Lehrerdreieck

1 Worum geht es?

Das Folgende ist nicht ernst zu nehmen.

2 Der Käfer

Ein Käfer marschiert drei Längeneinheiten geradeaus und hinterlässt eine rote Farbspur. Dann ändert er den Farboutput auf grün und marschiert vier Längeneinheiten geradeaus. Beim Ändern des Farboutputs hat er möglicherweise die Richtung geändert. Dann ändert er auf blau und marschiert wieder geradeaus. Nach fünf Längeneinheiten kommt er zum Ausgangspunkt zurück.

3 Das Lehrerdreieck

In der Schule haben wir gelernt, dass ein Dreieck mit den Seitenlängen 3, 4 und 5 aussieht gemäß Abbildung 1.

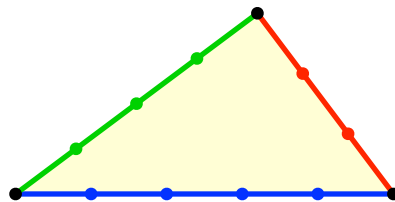


Abb. 1: Das Lehrerdreieck

Man erinnert sich an den Pythagoras. Die blaue Fläche ist inhaltsgleich zur roten und grünen Fläche zusammen. Man pflegt zu sagen, dass das Dreieck einen rechten Winkel habe (Abb. 2).

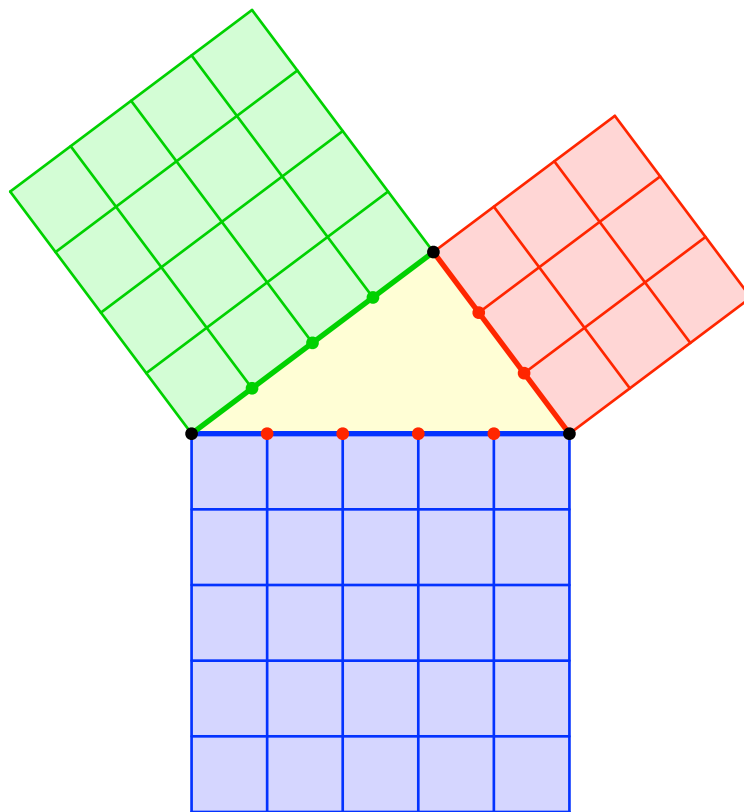


Abb. 2: Pythagoras

4 Der Uhrenkäfer

Nun ist es aber so, dass der Käfer auf einer Uhr lebt (Abb. 3a).

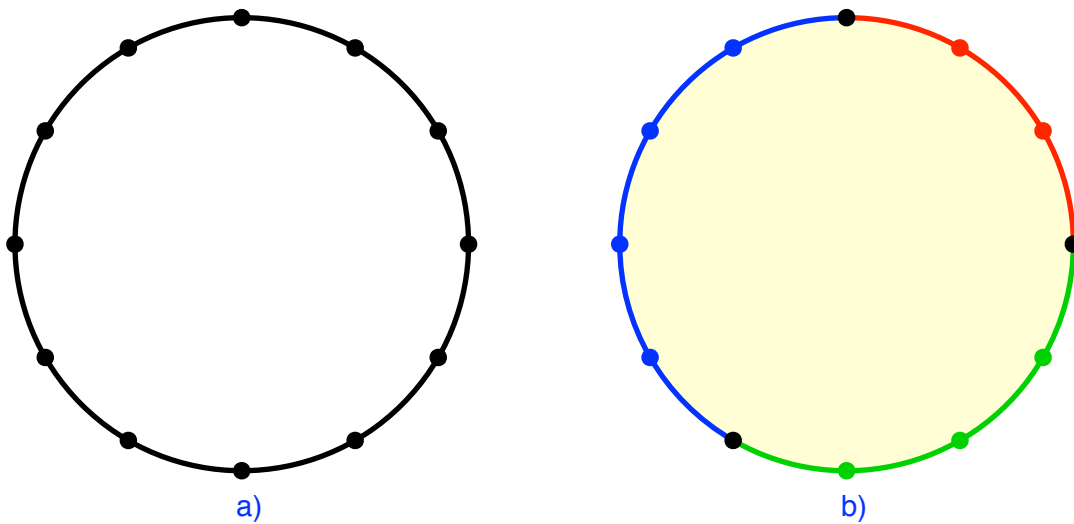


Abb. 3: Käferwelt. Käferdreieck

Die Abbildung 3b zeigt sein Dreieck.

5 Pythagoras

Die Abbildung 4 zeigt eine Figur mit flächengleichen angesetzten Kreisvierecken. Die blaue Fläche ist inhaltsgleich zur roten und grünen Fläche zusammen.

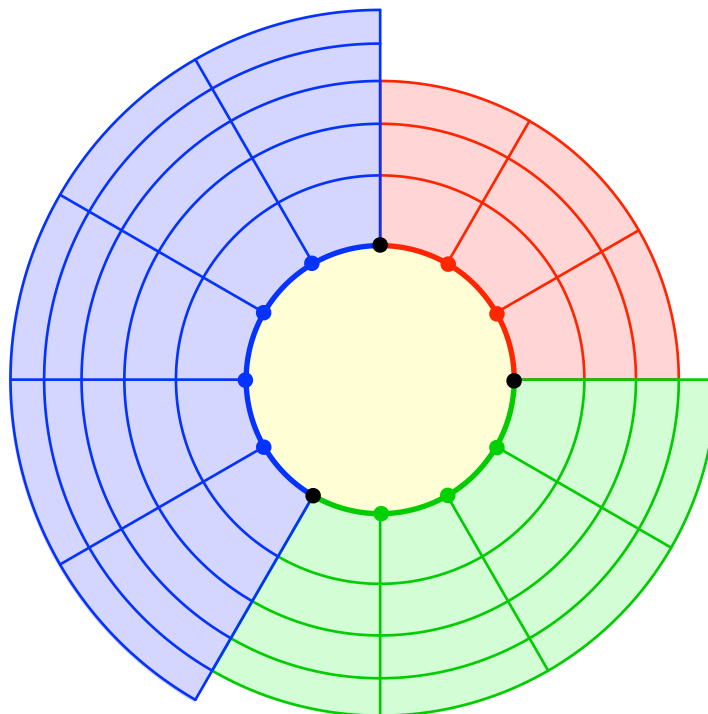


Abb. 4: Pythagoras

Die Abbildung 5 zeigt einen Versuch mit Quadraten. Die Flächengleichheit ist jetzt allerdings nicht mehr vorhanden.

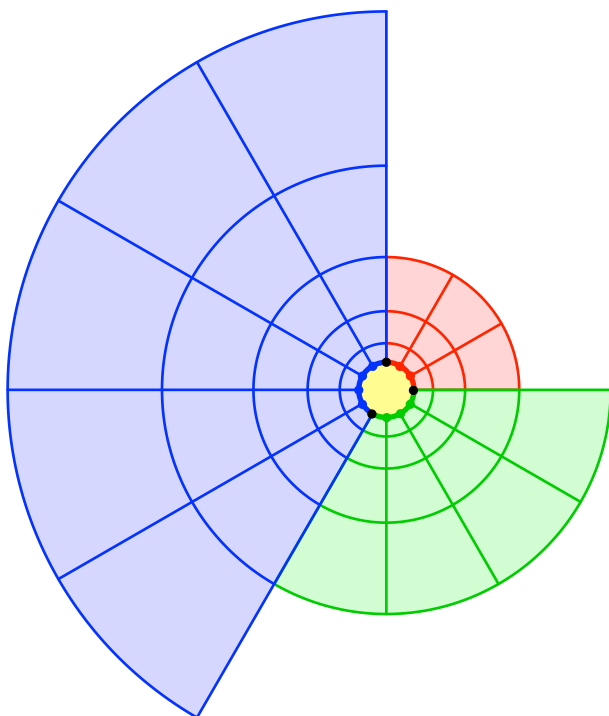


Abb. 5: Versuch mit Quadraten

Wir können die Quadrate auch nach innen ansetzen (Abb. 6).

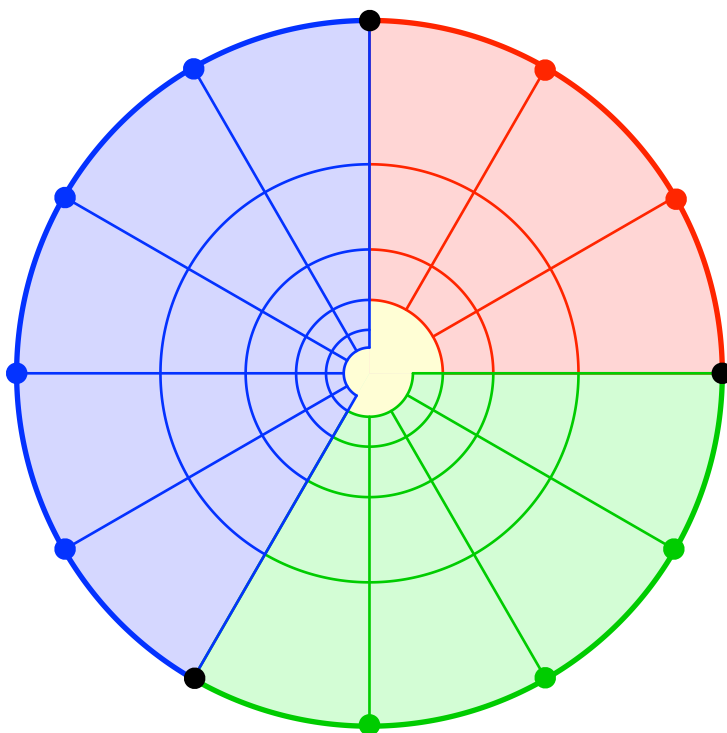


Abb. 6: Quadrate nach innen

6 Winkel im Sehnendreieck

Das Lehrerdreieck hat in der üblichen Bezeichnung folgende Winkel:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36.8699^\circ, \quad \beta = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53.1301^\circ, \quad \gamma = 90^\circ$$

Die beiden spitzen Winkel sind „hässlich“.

Sie zeichnen nun im Käferdreieck (Abb. 3b) das Sehnendreieck ein. Dieses hat die in der Abbildung 7 angegebenen „schönen“ Winkel, allerdings keinen rechten Winkel.

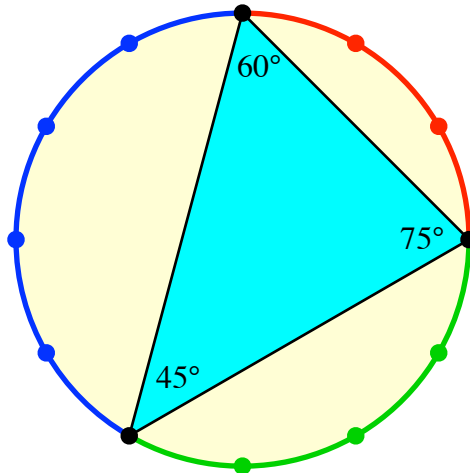


Abb. 7: Winkel im Sehnendreieck

7 Variante

Es geht auch auf einer Sechser-Uhr (Abb. 8).

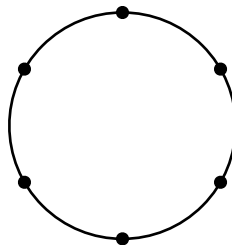


Abb. 8: Sechser-Uhr

Die Abbildung 9 zeigt das schrittweise Vorgehen.

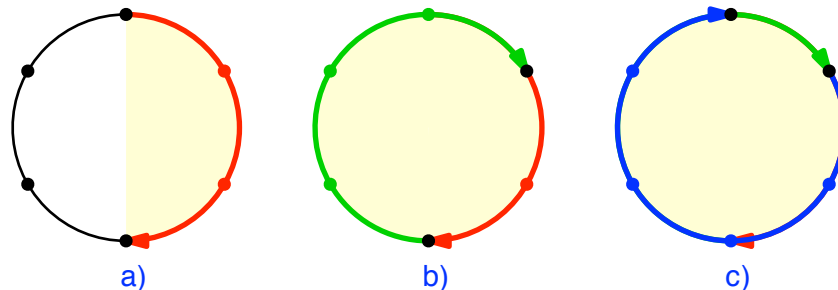


Abb. 9: Schrittweises Vorgehen

Der Kreis wird zweimal durchfahren, da $3 + 4 + 5 = 2 \times 6$.

Die Abbildung 10 zeigt das zugehörige Sehnendreieck.

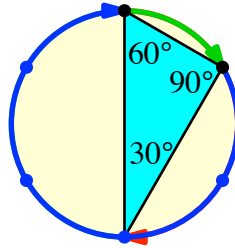


Abb. 10: Sehnendreieck

Es hat in der üblichen Notation die Winkel $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 60^\circ$ und $\gamma = 30^\circ$.