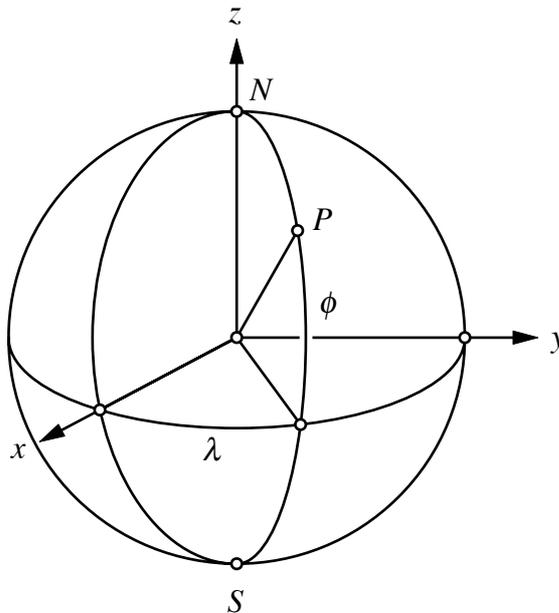


Hans Walser, [20140728]

## Kugeldarstellungen

### 1 Worum geht es?

Sehr oft finden sich in Schulbüchern und anderen Unterrichtsmaterialien Kugeldarstellungen gemäß Abbildung 1.

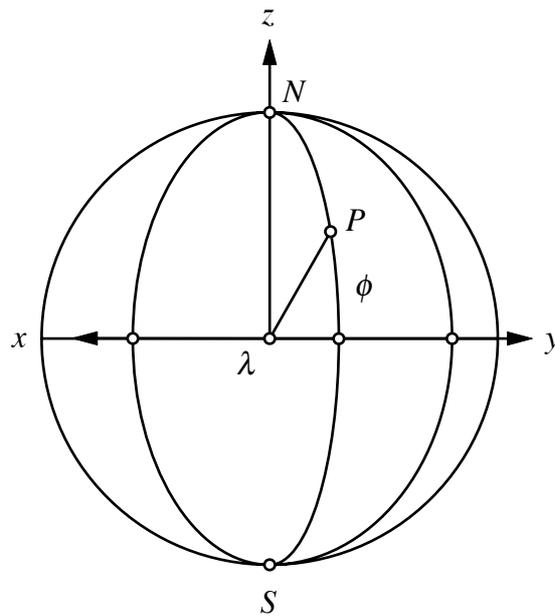


**Abb. 1: Kugeldarstellung**

In dieser Darstellung werden zwei Projektionsarten vermengt:

1. Die Darstellung des kartesischen Koordinatensystems lässt auf ein *Schrägbild* schließen.
2. Der kreisförmige Kugelumriss lässt auf eine *Normalprojektion* schließen.

Die Darstellung des Nullmeridians (durch die *x*-Achse) sieht oben ausgebuchtet aus. Wir sehen beide Pole auf dem Umriss. Wenn wir aber bei einer Parallelprojektion (Auge sehr weit weg) beide Pole auf dem Umriss sehen, ist die Projektionsrichtung parallel zur Äquatorebene. Der Äquator kann daher nicht als Ellipse gesehen werden, sondern nur als Strecke (Abb. 2).

**Abb. 2: Spezielle Sicht**

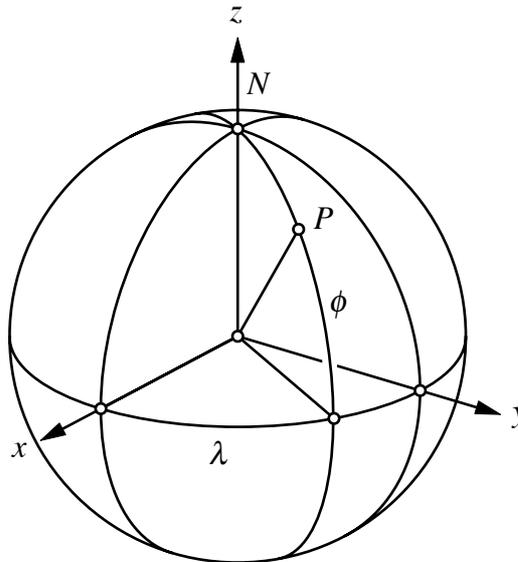
Dieses Bild ist zwar korrekt, aber nicht sehr anschaulich. Die Bilder der  $x$ -Achse und der  $y$ -Achse sind individuell schlecht wahrnehmbar.

## 2 Korrekte Darstellungen

Die Abbildung 1 ist eine Vermengung von Normalprojektion und Schrägbild. Wir werden die beiden Projektionsarten nun einzeln bearbeiten.

### 2.1 Normalprojektion

Die Abbildung 3 zeigt eine Normalprojektion der Situation. Die Darstellung sieht recht „natürlich“ aus, alles sitzt. Die Kugel springt uns rund und plastisch entgegen wie der Apfel vom Baum der Erkenntnis.



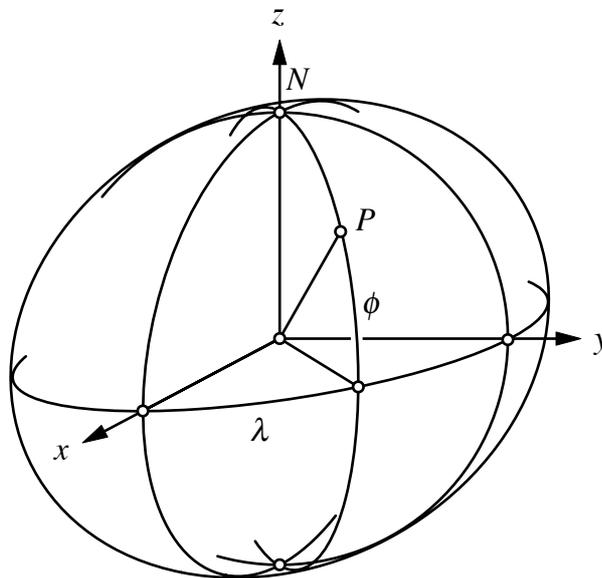
**Abb. 3: Normalprojektion**

Der Kugelumriss ist ein Kreis. Das Bild des Nordpols ist nicht auf dem Kugelumriss, sondern auf der Vorderseite, während das Bild des Südpols hinter dem Umriss sich auf der Rückseite befindet.

Das Bild der  $y$ -Achse ist nicht horizontal und nicht rechtwinklig zum Bild der  $z$ -Achse.

## 2.2 Schrägbild

Die Abbildung 4 zeigt die Situation im Schrägbild.



**Abb. 4: Schrägbild**

Das Bild des kartesischen Koordinatensystems ist nun so, wie in den Schrägbildern üblich: Bild der  $x$ -Achse schräg, Bild der  $y$ -Achse horizontal, Bild der  $z$ -Achse vertikal.

Hingegen sehen wir einige Unschönheiten. Das Bild des Äquators ist eine schräge Ellipse. Der Umriss der Kugel ist auch eine schräge Ellipse, die Kugel sieht wie eine Zwetschge aus.

Das muss aber bei einem Schrägbild so sein. Je schräger die Projektionsstrahlen zur Projektionsebene umso länger wird die Umrissellipse.

Die Abbildung 5 illustriert den Sachverhalt am frühen Morgen.



**Abb. 5: Schrägbild einer Kugel**

Offenbar ist das Schrägbild zur Kugeldarstellung wenig geeignet.

Eigentlich ist das Schrägbild auch zur Würfeldarstellung wenig geeignet (vgl. Webseite [Quetschwürfel](#))

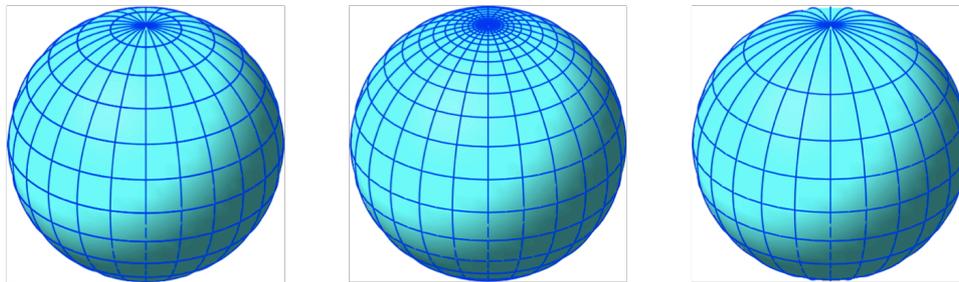
### **3 Didaktisches**

*Geometrie treiben heißt an falschen Figuren richtig überlegen.*

Das menschliche Sehen ist eine komplizierte Angelegenheit. Daher ist die zweidimensionale Darstellung eines räumlichen Sachverhaltes letztlich immer „falsch“. Man spricht daher vom „Vorstellungsraum“. Das ist eine mentale Angelegenheit, welche in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler sukzessive aufgebaut wird. So gesehen sind auch Darstellungen in der Art der Abbildung 1 trotz des technischen Unvermögens tolerierbar. Und solange der Oberlehrer mit dem Rotstift in der Zeichnung herumfuhrwerken kann, ist für ihn das Gemeinte immer noch erkennbar, die Abbildung also tauglich.

Andererseits ist die Darstellung von Sachverhalten in vielen Lehrplänen als Bildungsziel aufgeführt. Nach dem Prinzip der didaktischen Redlichkeit sollte das aber von der Lehrperson vorgelebt werden.

Mit den heutigen elektronischen Werkzeugen ist eine schöne Kugeldarstellung ja ein Kinderspiel (Abb. 6).



**Abb. 6: Welches ist die rundeste Kugel?**

### **Websites**

Quetschwürfel (abgerufen 28. 7. 2014):

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Q/Quetschwuerfel/Quetschwuerfel.htm>

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Q/Quetschwuerfel/Quetschwuerfel.pdf>