

Hans Walser, [20090713c]

## Kürzen

Anregung: M. B., B.

Wir geben die Brüche in einen Quadratraster gemäß Abbildung.

|               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{5}$ |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{4}$ | $\frac{5}{4}$ |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{3}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{2}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{2}$ | $\frac{5}{2}$ |
| $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{1}$ | $\frac{4}{1}$ | $\frac{5}{1}$ |

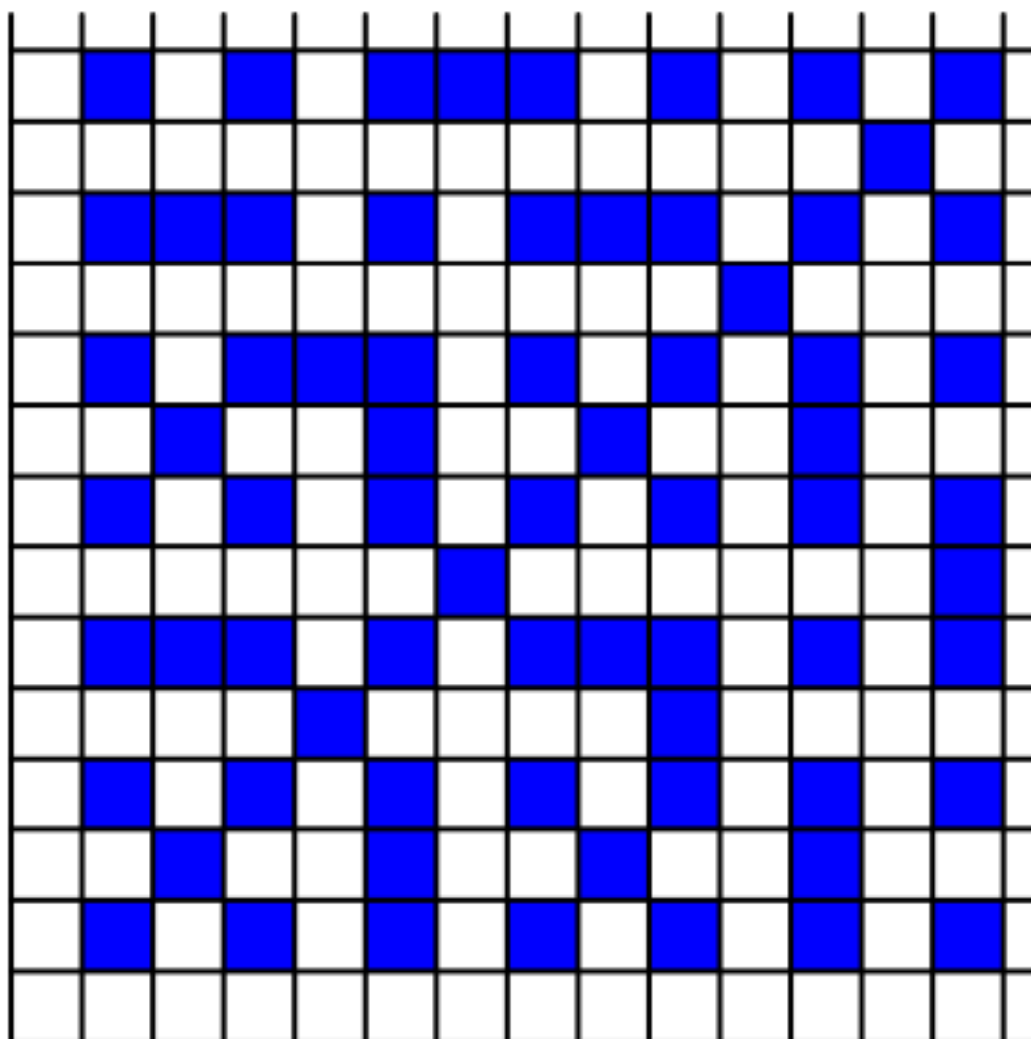
### Brüche im Quadratraster

Und jetzt können wir aber kürzen. Wir übermalen alle kürzbaren Brüche.

|               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{5}$ |               |
| $\frac{1}{4}$ |               | $\frac{3}{4}$ |               | $\frac{5}{4}$ |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |               | $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{3}$ |
| $\frac{1}{2}$ |               | $\frac{3}{2}$ |               | $\frac{5}{2}$ |
| $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{1}$ | $\frac{4}{1}$ | $\frac{5}{1}$ |

### Weg, was gekürzt werden kann

Dasselbe etwas größer.



**Etwas größer**

Aus Gründen der Symmetrie ziehen wir die Sache auch in die anderen Quadranten.

|  |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |                |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|  | $\frac{-5}{5}$  | $\frac{-4}{5}$  | $\frac{-3}{5}$  | $\frac{-2}{5}$  | $\frac{-1}{5}$  | $\frac{0}{5}$  | $\frac{1}{5}$  | $\frac{2}{5}$  | $\frac{3}{5}$  | $\frac{4}{5}$  | $\frac{5}{5}$  |
|  | $\frac{-5}{4}$  | $\frac{-4}{4}$  | $\frac{-3}{4}$  | $\frac{-2}{4}$  | $\frac{-1}{4}$  | $\frac{0}{4}$  | $\frac{1}{4}$  | $\frac{2}{4}$  | $\frac{3}{4}$  | $\frac{4}{4}$  | $\frac{5}{4}$  |
|  | $\frac{-5}{3}$  | $\frac{-4}{3}$  | $\frac{-3}{3}$  | $\frac{-2}{3}$  | $\frac{-1}{3}$  | $\frac{0}{3}$  | $\frac{1}{3}$  | $\frac{2}{3}$  | $\frac{3}{3}$  | $\frac{4}{3}$  | $\frac{5}{3}$  |
|  | $\frac{-5}{2}$  | $\frac{-4}{2}$  | $\frac{-3}{2}$  | $\frac{-2}{2}$  | $\frac{-1}{2}$  | $\frac{0}{2}$  | $\frac{1}{2}$  | $\frac{2}{2}$  | $\frac{3}{2}$  | $\frac{4}{2}$  | $\frac{5}{2}$  |
|  | $\frac{-5}{1}$  | $\frac{-4}{1}$  | $\frac{-3}{1}$  | $\frac{-2}{1}$  | $\frac{-1}{1}$  | $\frac{0}{1}$  | $\frac{1}{1}$  | $\frac{2}{1}$  | $\frac{3}{1}$  | $\frac{4}{1}$  | $\frac{5}{1}$  |
|  | $\frac{-5}{0}$  | $\frac{-4}{0}$  | $\frac{-3}{0}$  | $\frac{-2}{0}$  | $\frac{-1}{0}$  | $\frac{0}{0}$  | $\frac{1}{0}$  | $\frac{2}{0}$  | $\frac{3}{0}$  | $\frac{4}{0}$  | $\frac{5}{0}$  |
|  | $\frac{-5}{-1}$ | $\frac{-4}{-1}$ | $\frac{-3}{-1}$ | $\frac{-2}{-1}$ | $\frac{-1}{-1}$ | $\frac{0}{-1}$ | $\frac{1}{-1}$ | $\frac{2}{-1}$ | $\frac{3}{-1}$ | $\frac{4}{-1}$ | $\frac{5}{-1}$ |
|  | $\frac{-5}{-2}$ | $\frac{-4}{-2}$ | $\frac{-3}{-2}$ | $\frac{-2}{-2}$ | $\frac{-1}{-2}$ | $\frac{0}{-2}$ | $\frac{1}{-2}$ | $\frac{2}{-2}$ | $\frac{3}{-2}$ | $\frac{4}{-2}$ | $\frac{5}{-2}$ |
|  | $\frac{-5}{-3}$ | $\frac{-4}{-3}$ | $\frac{-3}{-3}$ | $\frac{-2}{-3}$ | $\frac{-1}{-3}$ | $\frac{0}{-3}$ | $\frac{1}{-3}$ | $\frac{2}{-3}$ | $\frac{3}{-3}$ | $\frac{4}{-3}$ | $\frac{5}{-3}$ |
|  | $\frac{-5}{-4}$ | $\frac{-4}{-4}$ | $\frac{-3}{-4}$ | $\frac{-2}{-4}$ | $\frac{-1}{-4}$ | $\frac{0}{-4}$ | $\frac{1}{-4}$ | $\frac{2}{-4}$ | $\frac{3}{-4}$ | $\frac{4}{-4}$ | $\frac{5}{-4}$ |
|  | $\frac{-5}{-5}$ | $\frac{-4}{-5}$ | $\frac{-3}{-5}$ | $\frac{-2}{-5}$ | $\frac{-1}{-5}$ | $\frac{0}{-5}$ | $\frac{1}{-5}$ | $\frac{2}{-5}$ | $\frac{3}{-5}$ | $\frac{4}{-5}$ | $\frac{5}{-5}$ |

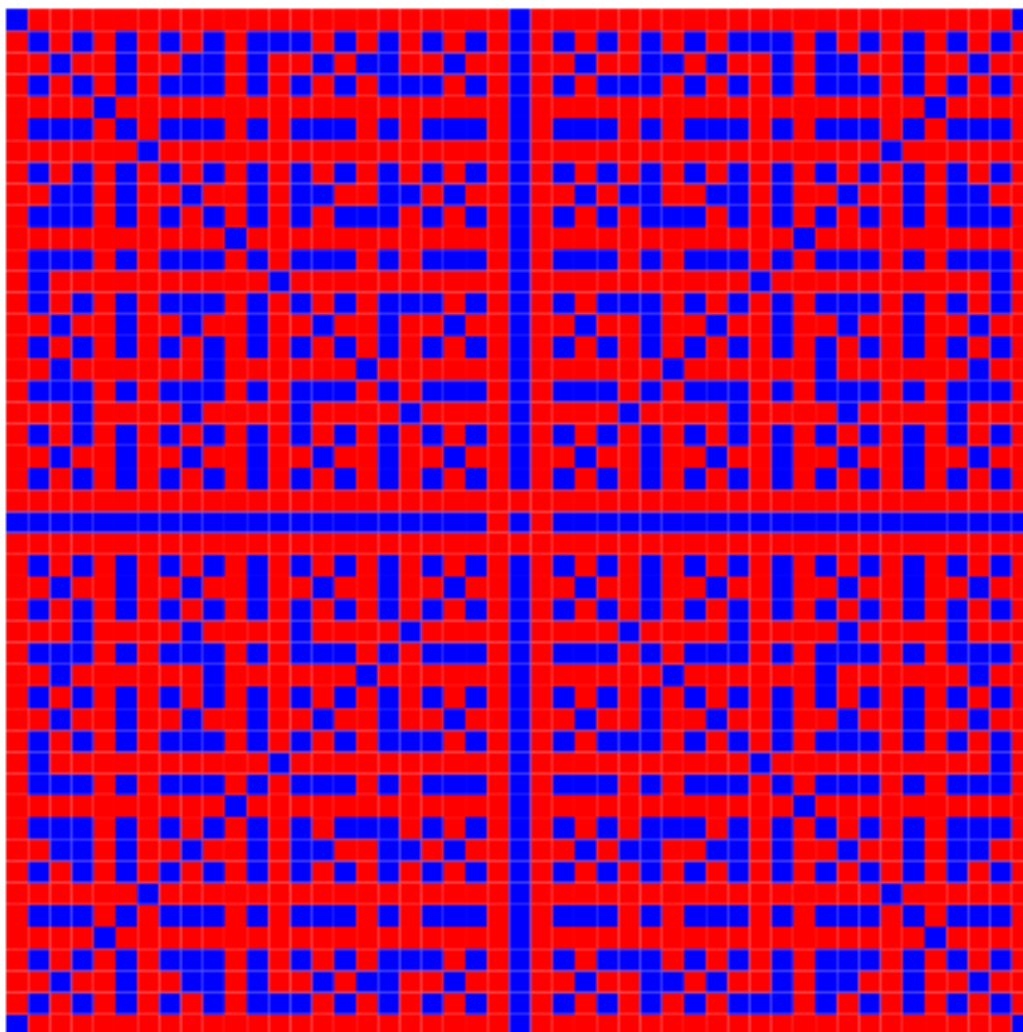
**Vier Quadranten**

Das gibt zwar in der mittleren horizontalen Zeile Lämpen mit der lehrplanangebundenen Lehrkraft, aber das nehmen wir um der Ästhetik Willen getrost in Kauf.

|                 |                 |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |                |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                 | $\frac{-4}{5}$  | $\frac{-3}{5}$  | $\frac{-2}{5}$  | $\frac{-1}{5}$  |                | $\frac{1}{5}$  | $\frac{2}{5}$  | $\frac{3}{5}$  | $\frac{4}{5}$  |                |
| $\frac{-5}{4}$  |                 | $\frac{-3}{4}$  |                 | $\frac{-1}{4}$  |                | $\frac{1}{4}$  |                | $\frac{3}{4}$  |                | $\frac{5}{4}$  |
| $\frac{-5}{3}$  | $\frac{-4}{3}$  |                 | $\frac{-2}{3}$  | $\frac{-1}{3}$  |                | $\frac{1}{3}$  | $\frac{2}{3}$  |                | $\frac{4}{3}$  | $\frac{5}{3}$  |
| $\frac{-5}{2}$  |                 | $\frac{-3}{2}$  |                 | $\frac{-1}{2}$  |                | $\frac{1}{2}$  |                | $\frac{3}{2}$  |                | $\frac{5}{2}$  |
| $\frac{-5}{1}$  | $\frac{-4}{1}$  | $\frac{-3}{1}$  | $\frac{-2}{1}$  | $\frac{-1}{1}$  | $\frac{0}{1}$  | $\frac{1}{1}$  | $\frac{2}{1}$  | $\frac{3}{1}$  | $\frac{4}{1}$  | $\frac{5}{1}$  |
|                 |                 |                 |                 | $\frac{-1}{0}$  |                | $\frac{1}{0}$  |                |                |                |                |
| $\frac{-5}{-1}$ | $\frac{-4}{-1}$ | $\frac{-3}{-1}$ | $\frac{-2}{-1}$ | $\frac{-1}{-1}$ | $\frac{0}{-1}$ | $\frac{1}{-1}$ | $\frac{2}{-1}$ | $\frac{3}{-1}$ | $\frac{4}{-1}$ | $\frac{5}{-1}$ |
| $\frac{-5}{-2}$ |                 | $\frac{-3}{-2}$ |                 | $\frac{-1}{-2}$ |                | $\frac{1}{-2}$ |                | $\frac{3}{-2}$ |                | $\frac{5}{-2}$ |
| $\frac{-5}{-3}$ | $\frac{-4}{-3}$ |                 | $\frac{-2}{-3}$ | $\frac{-1}{-3}$ |                | $\frac{1}{-3}$ | $\frac{2}{-3}$ |                | $\frac{4}{-3}$ | $\frac{5}{-3}$ |
| $\frac{-5}{-4}$ |                 | $\frac{-3}{-4}$ |                 | $\frac{-1}{-4}$ |                | $\frac{1}{-4}$ |                | $\frac{3}{-4}$ |                | $\frac{5}{-4}$ |
|                 | $\frac{-4}{-5}$ | $\frac{-3}{-5}$ | $\frac{-2}{-5}$ | $\frac{-1}{-5}$ |                | $\frac{1}{-5}$ | $\frac{2}{-5}$ | $\frac{3}{-5}$ | $\frac{4}{-5}$ |                |

Kürzen

Auch das nun größer. Die Felder der unkürzbaren Brüche nun rot.



### Im Überblick

Die Linien mit viel Rot entsprechen den Primzahlen. Wir sehen deutlich die „Primzahlzwillinge“.

In jeder Zeile oder Spalte ist ein regelmäßiges Muster erkennbar. Warum wohl?



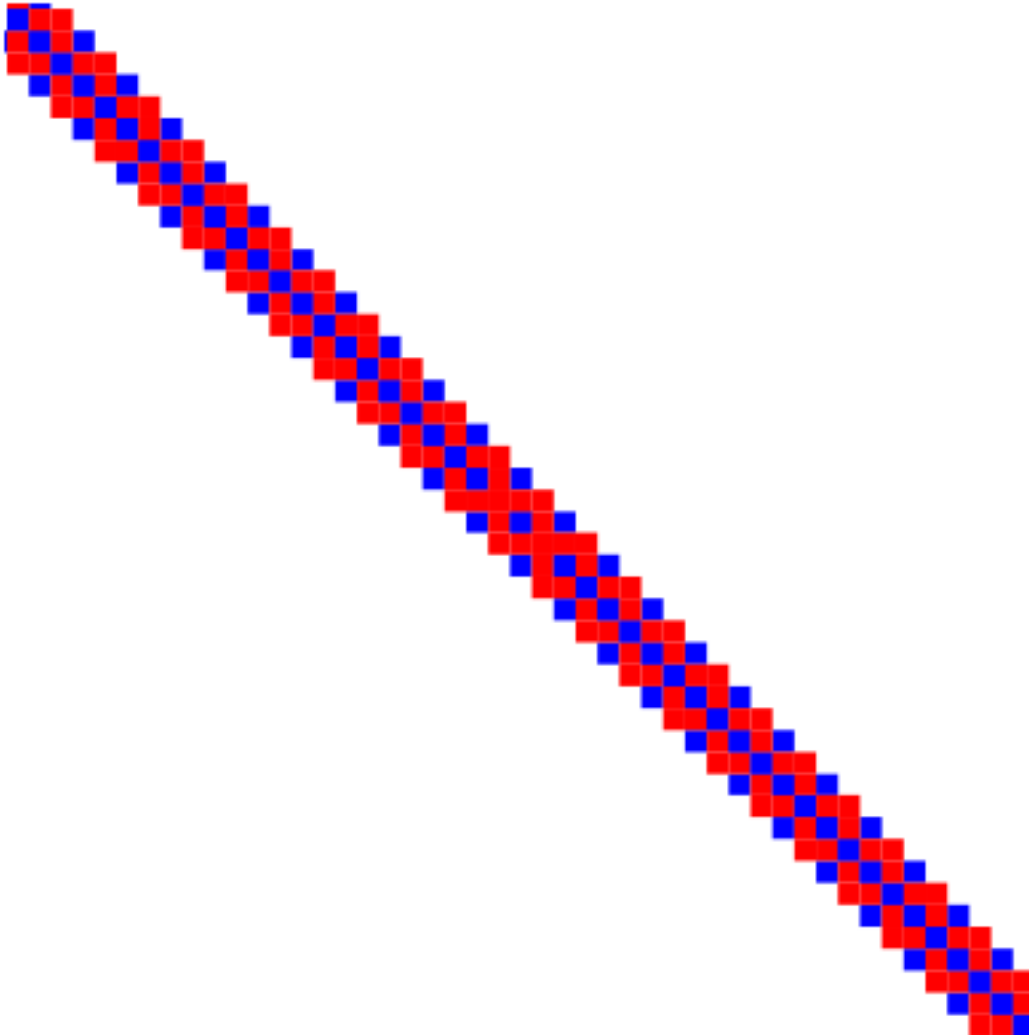
Zeile 3 (Zeile der Drittel)



Zeilen 2 bis 4



Zeilen 17 bis 19



Diagonale