

Hans Walser, [20181206]

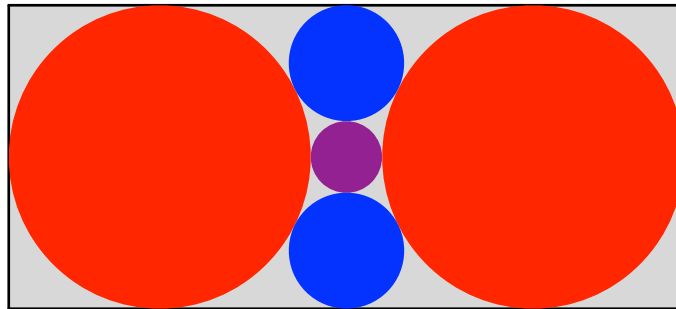
## Kreispackung

### 1 Worum geht es?

Eine Kreispackung im Rechteck führt zum Goldenen Schnitt.

### 2 Die Packung

Einem Rechteck werden fünf Kreise einbeschrieben gemäß Abbildung 1.

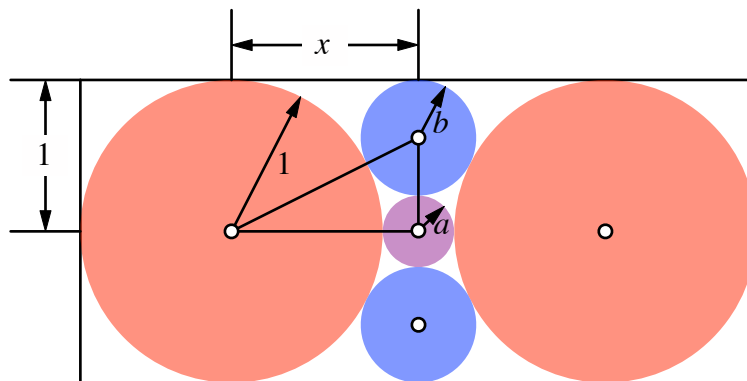


**Abb. 1: Das Rechteck und die fünf Kreise**

Wie ist das Seitenverhältnis des Rechteckes? Wie groß sind die Kreise?

### 3 Bearbeitung

Wir verwenden die Maße und Bezeichnungen der Abbildung 2.



**Abb. 2: Maße und Bezeichnungen**

Die roten Kreise haben den Radius 1, der kleine lila Kreis den Radius  $a$  und die beiden blauen Kreise den Radius  $b$ . Der Abstand zwischen den Mittelpunkten eines roten Kreises und dem lila Kreis wird mit  $x$  bezeichnet.

Wir erhalten für  $a$ ,  $b$ ,  $x$  das quadratische Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 a + 2b &= 1 \\
 x &= a + 1 \\
 x^2 + (a + b)^2 &= (1 + b)^2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Das Gleichungssystem (1) hat folgende positive Lösungen:

$$\begin{aligned}
 a &= -2 + \sqrt{5} \approx 0.236 \\
 b &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} \approx 0.382 \\
 x &= \sqrt{5} - 1 \approx 1.236
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Das schmeckt gewaltig nach dem Goldenen Schnitt (Walser 2013). Mit

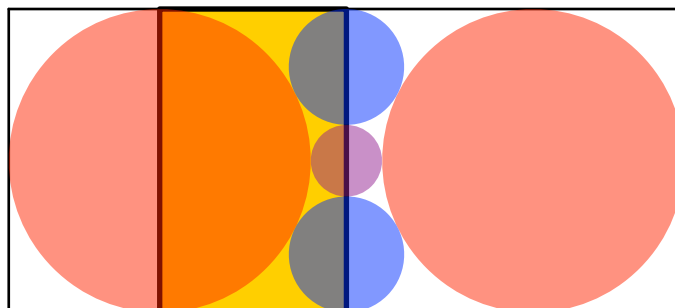
$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618
 \tag{3}$$

ist:

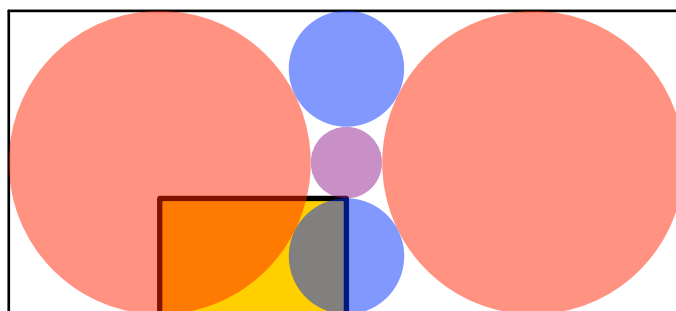
$$\begin{aligned}
 a &= -2 + \sqrt{5} = \frac{1}{\Phi^3} \\
 b &= \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} = \frac{1}{\Phi^2} \\
 x &= \sqrt{5} - 1 = \frac{2}{\Phi}
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

#### 4 Das Goldene Rechteck

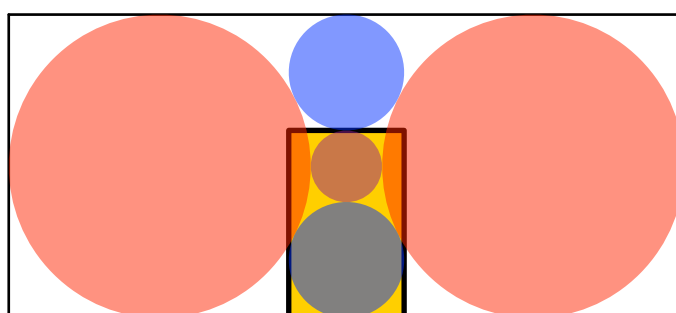
Das Goldene Rechteck (Rechteck mit dem Seitenverhältnis des Goldenen Schnittes) lässt sich an mehreren Orten in die Figur einpassen (Abb. 3, 4 und 5).



**Abb. 3: Goldenes Rechteck**

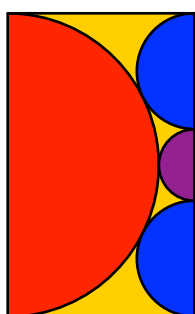


**Abb. 4: Goldenes Rechteck**



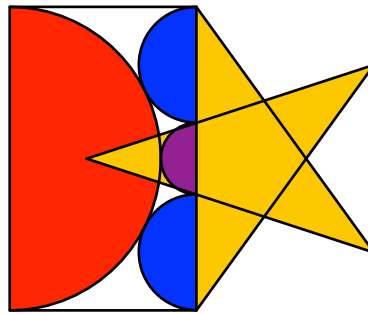
**Abb. 5: Goldenes Rechteck**

Umgekehrt können einem Goldenen Rechteck vier Halbkreise eingepasst werden (Abb. 6).



**Abb. 6: Halbkreise im Goldenen Rechteck**

Die drei kleinen Halbkreise passen zum Pentagramm (Abb. 7).



**Abb. 7: Pentagramm**

## Literatur

Walser, Hans (2013): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig. ISBN 978-3-937219-85-1.