

Hans Walser, [20160117]

Kreisfigur im Quadrat

Anregung: Renato Pandi

1 Worum geht es?

Eine Kreisfigur im Quadrat wird durch Tangenten zu einem Stern erweitert. Die relevanten Punkte lassen verschiedene Dreiecke zu. Es werden insbesondere die gleichschenkligen Dreiecke besprochen.

2 Die Sternfigur

Zunächst zeichnen wir im Quadrat Viertelkreise gemäß Abbildung 1.

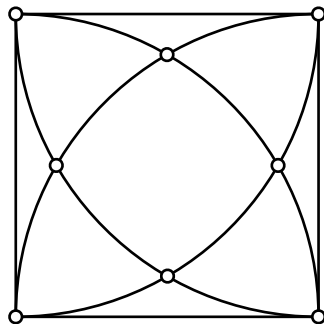


Abb. 1: Viertelkreise im Quadrat

Nun zeichnen wir die Tangenten an die Viertelkreise in deren Schnittpunkten und erhalten so einen achtzackigen Stern mit den Symmetrien des Quadrates (Abb. 2).

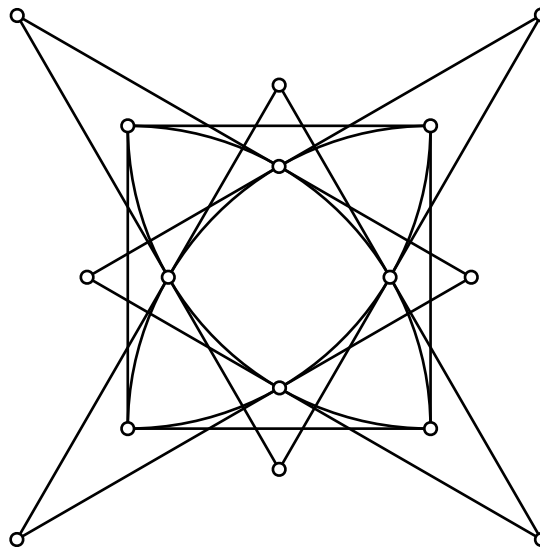


Abb. 2: Stern mit acht Spitzen

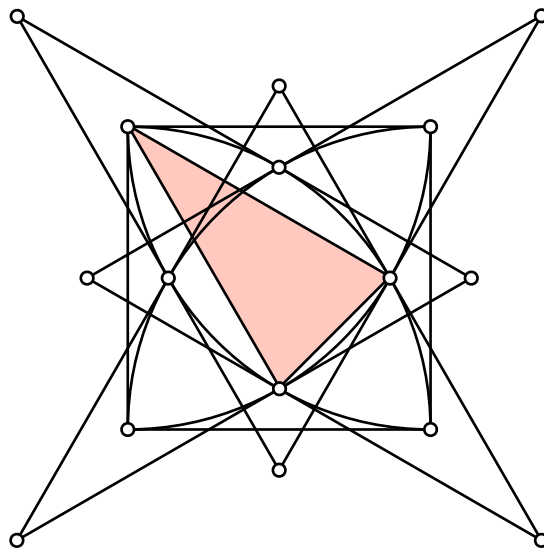
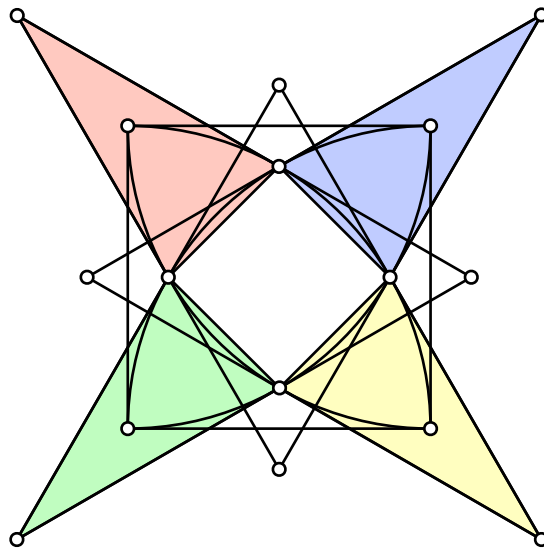
3 Gleichschenklige Dreiecke

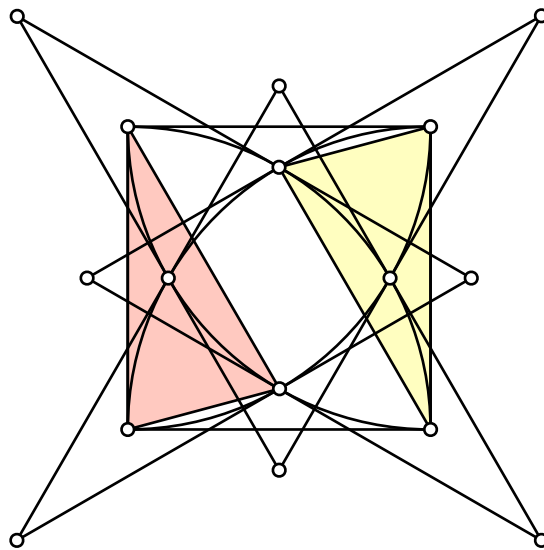
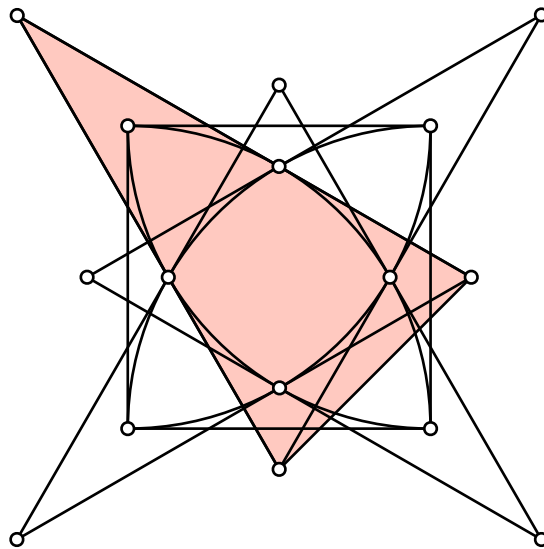
Nun wählen wir aus den insgesamt 16 Punkten (Eckpunkte des Quadrates, Eckpunkte des Bogen-Viereckes, Sternspitzen) jeweils drei Punkte aus, die ein gleichschenkliges Dreieck bilden. Der Autor hofft, dass er alle Beispiele gefunden hat. Sie werden im Folgenden gemäß den Winkeln an der Spitze aufgelistet. Wegen der vierteiligen Symmetrie werden jeweils immer vier Beispiele miteinander vorgestellt. Falls sich die Dreiecke überlappen, sind nicht alle vier gezeichnet, sondern nur zwei oder nur eines.

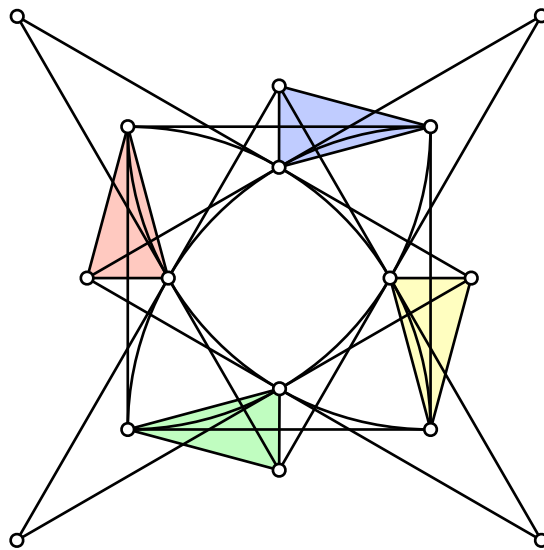
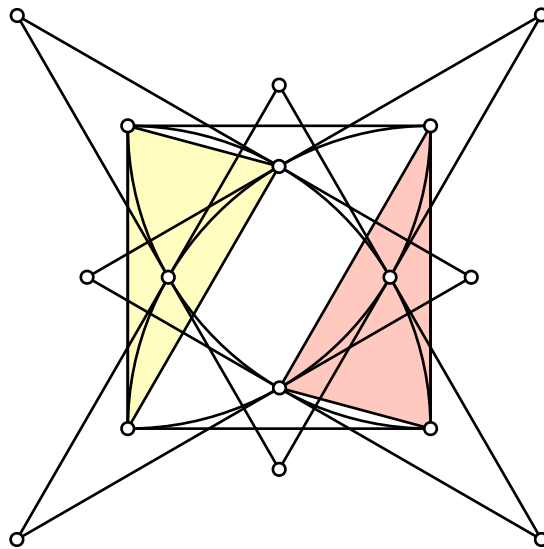
Fast alle vorkommenden Spitzenwinkel sind Vielfache von 30° . Es gibt aber zwei Ausnahmen.

3.1 Spitzenwinkel 30°

Bei einem Spitzenwinkel von 30° messen die beiden Basiswinkel je 75° . Die Abbildung 3 zeigt die vom Autor gefundenen Beispiele.







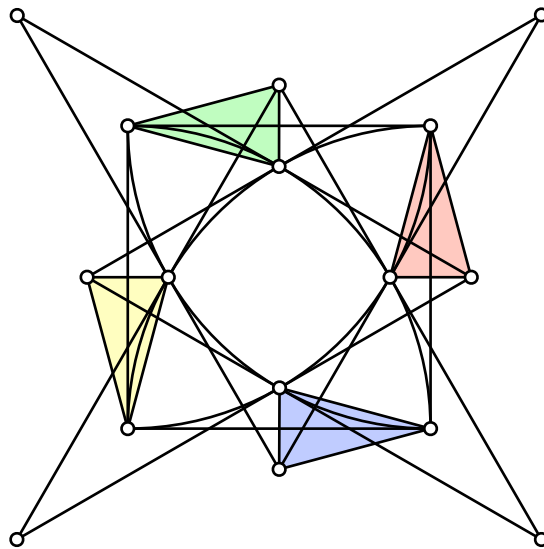
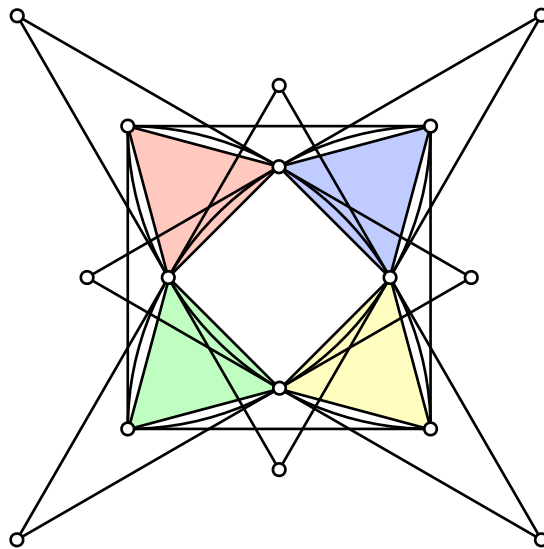
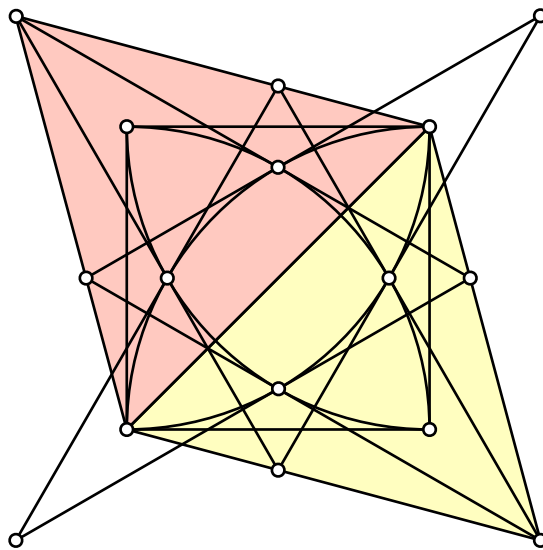
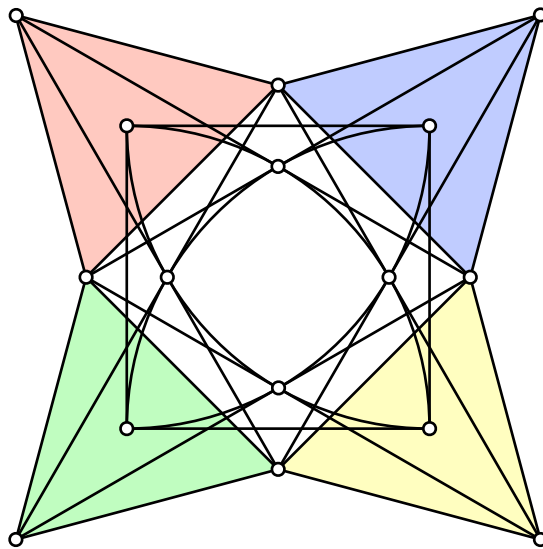


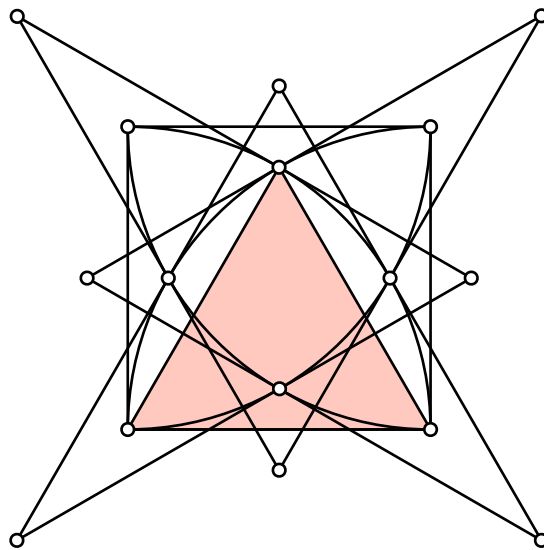
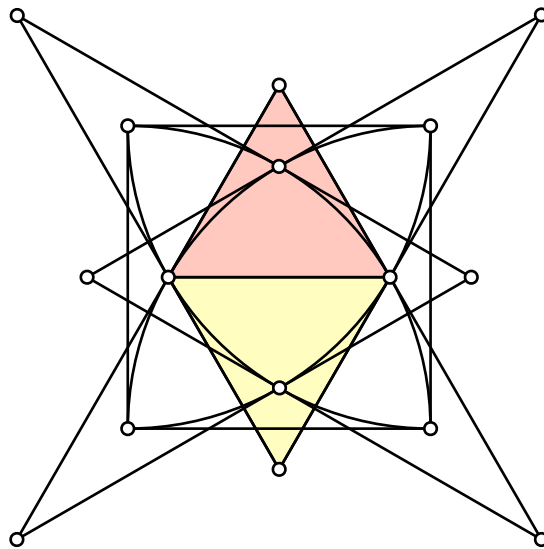
Abb. 3: Spitzenwinkel 30°

3.2 Spitzenwinkel 60°

Gleichseitige Dreiecke (Abb. 4).







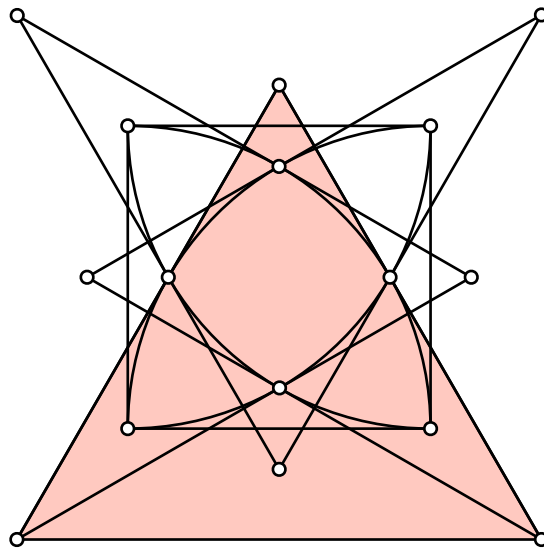
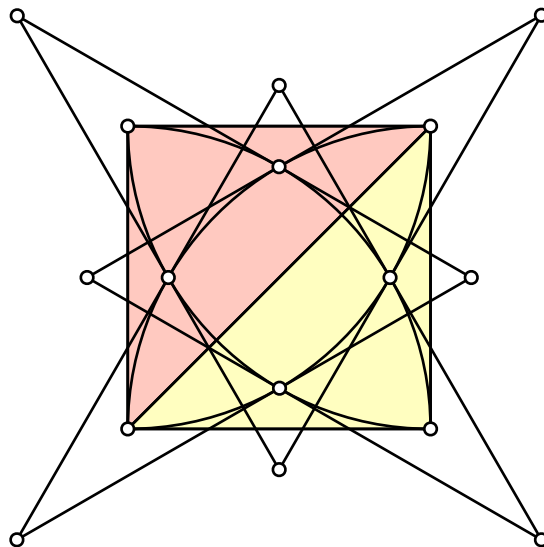
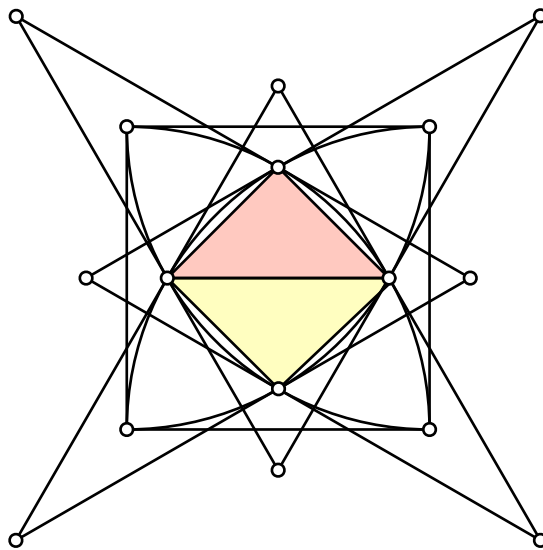
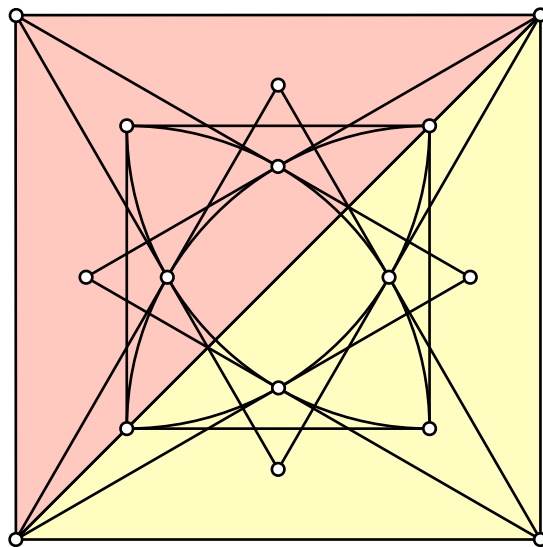


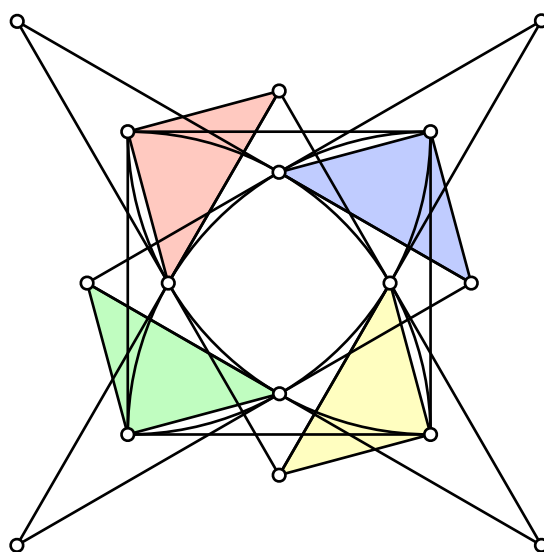
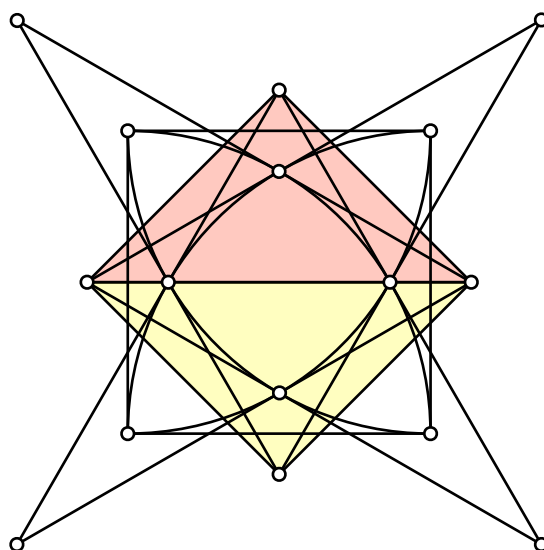
Abb. 4: Gleichseitige Dreiecke

3.3 Spitzenwinkel 90°

Das sind halbe Quadrate (Abb. 5).







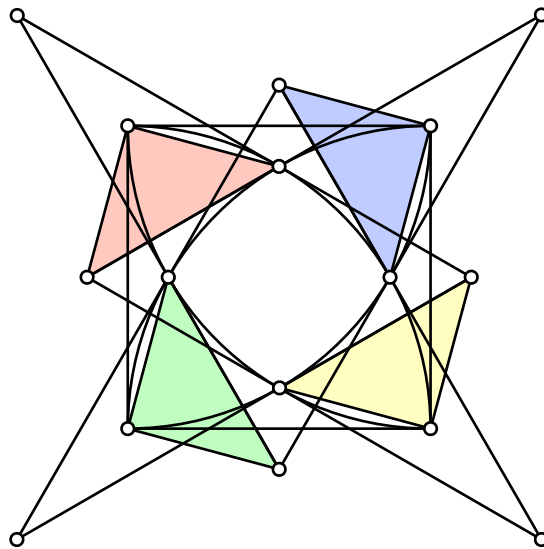
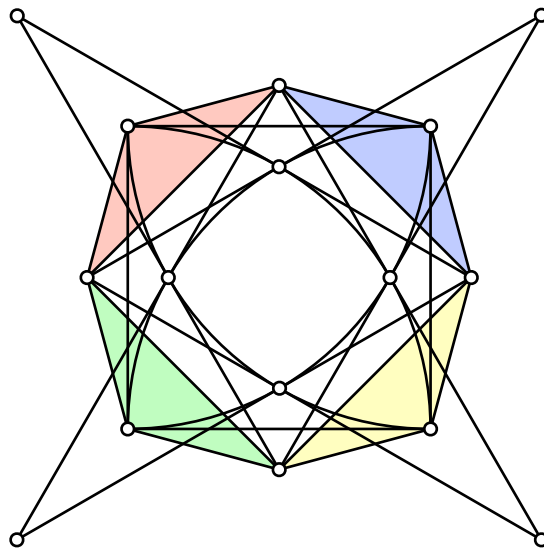
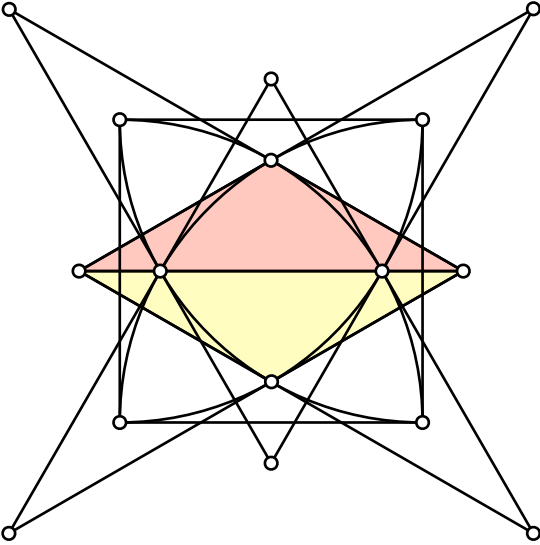
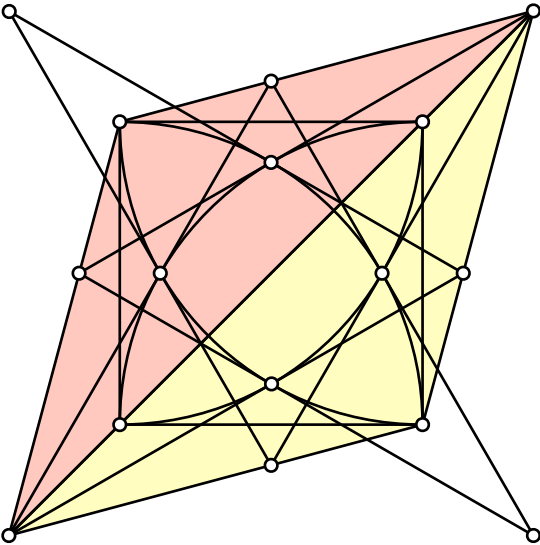
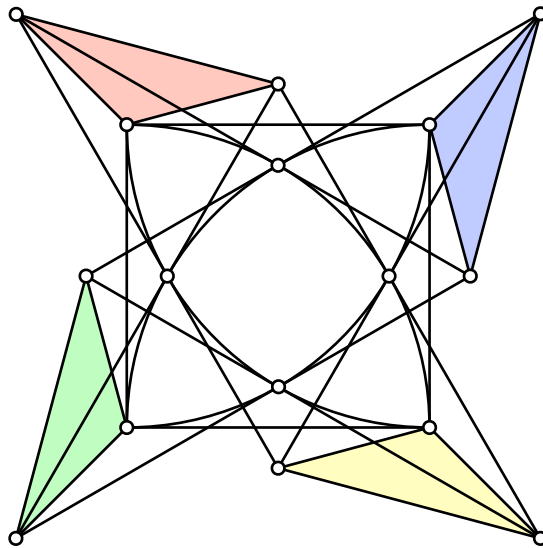
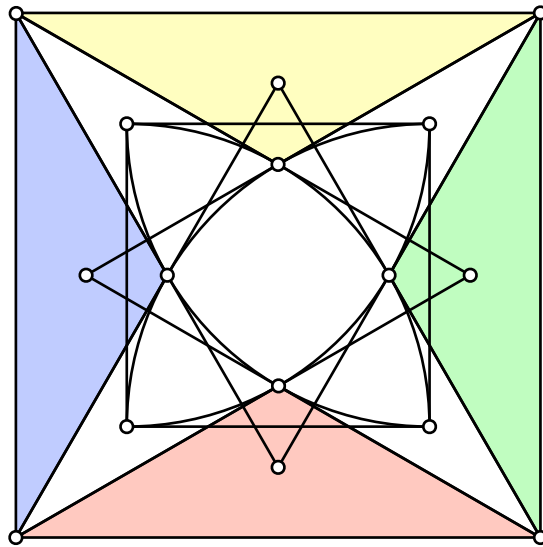


Abb. 5: Spitzenwinkel 90°

3.4 Spitzenwinkel 120°







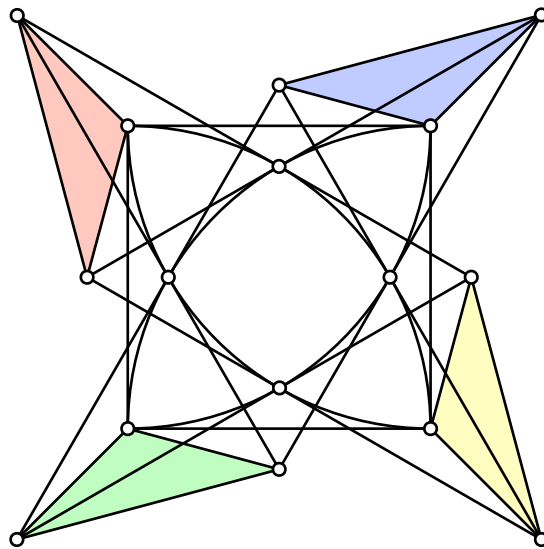
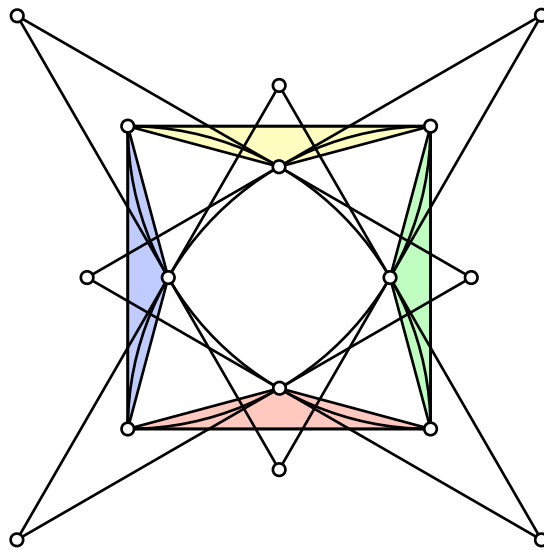


Abb. 6: Spitzenwinkel 120°

3.5 Spitzenwinkel 150°



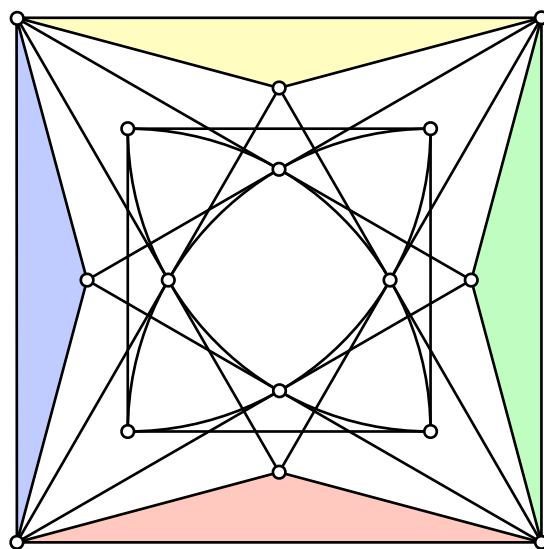
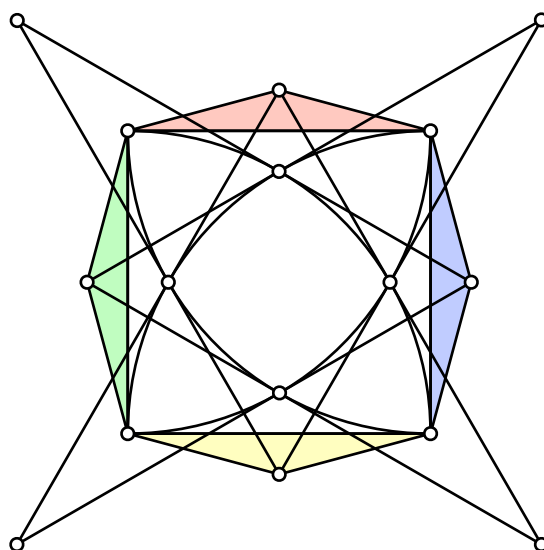


Abb. 7: Spitzenwinkel 120°

3.6 Die Ausnahmen

Für den Spitzenwinkel λ des Beispiels der Abbildung 8 finden wir:

$$\lambda = 2 \arctan\left(\frac{1}{4+\sqrt{3}}\right) \approx 19.79218^\circ$$

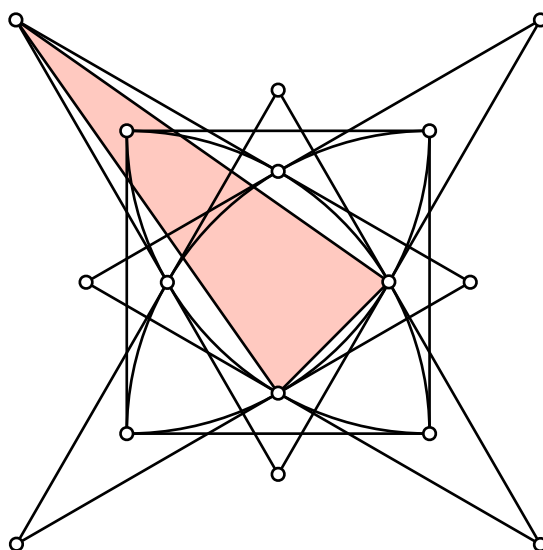


Abb. 8: Spitzenwinkel etwa 19.79218°

Für den Spitzenwinkel μ des Beispiels der Abbildung 9 finden wir:

$$\mu = 2 \arctan\left(\frac{1}{4-\sqrt{3}}\right) \approx 47.58795^\circ$$

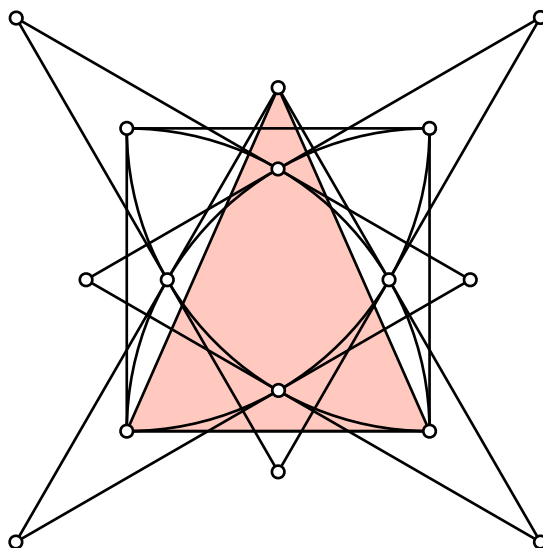


Abb. 9: Spitzenwinkel etwa 47.58795°

4 Nagelbrett

Die folgenden Fotos zeigen ein Nagelbrett (Geobrett) mit Nägeln in den Positionen der Punkte der Abbildung 2. Mit Gummibändern werden Dreiecke aufgespannt.

4.1 Spitzenwinkel 30°

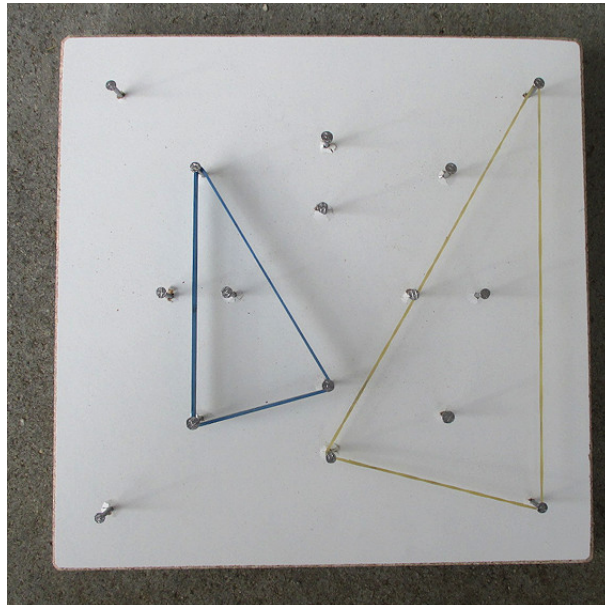


Abb. 10: Spitzenwinkel 30°

4.2 Spitzenwinkel 60°

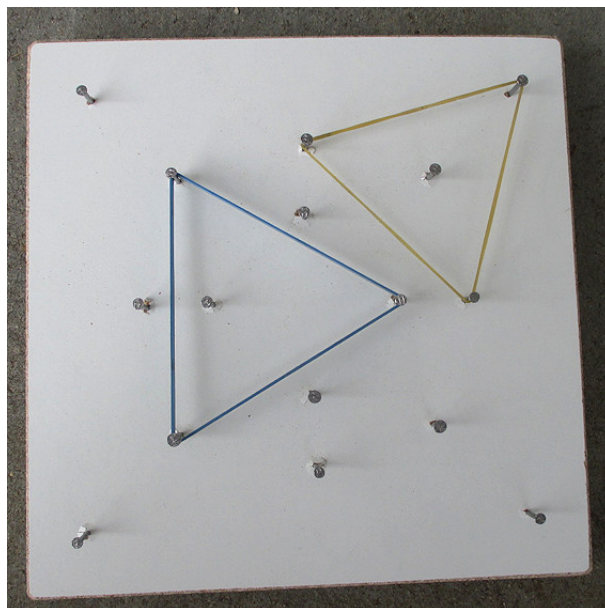


Abb. 11: Gleichseitige Dreiecke

4.3 Spitzenwinkel 120°

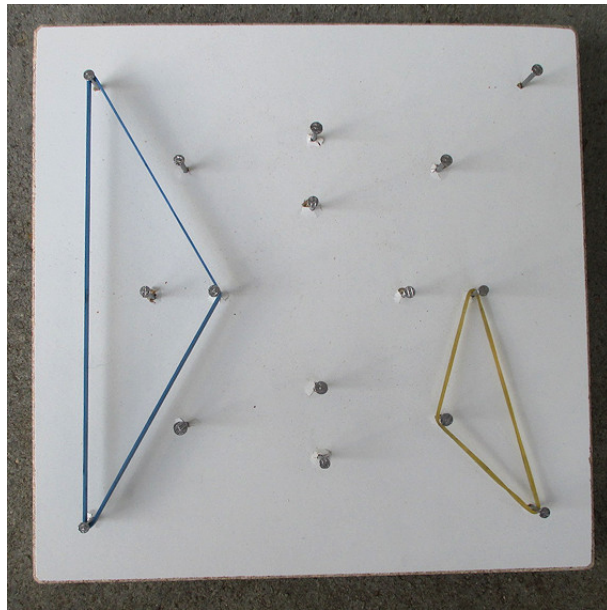


Abb. 12: Spitzenwinkel 120°