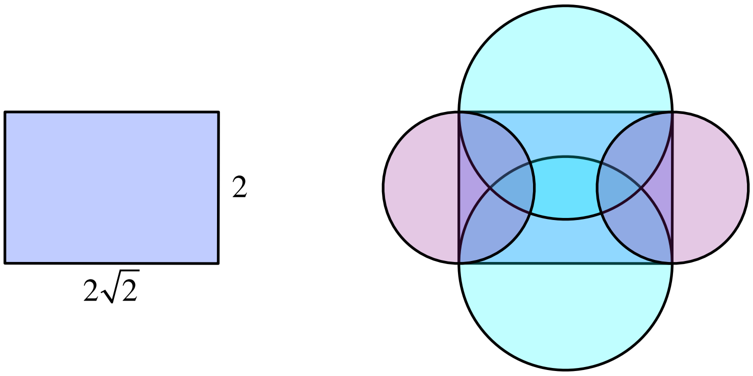
Hans Walser, [20170528]

Kreise im DIN Rechteck

Wir beginnen mit einem Rechteck im DIN-Format (Abb. 1a). Für allfällige Rechnungen setzen wir die Länge auf $2\sqrt{2}$ und die Breite auf 2.

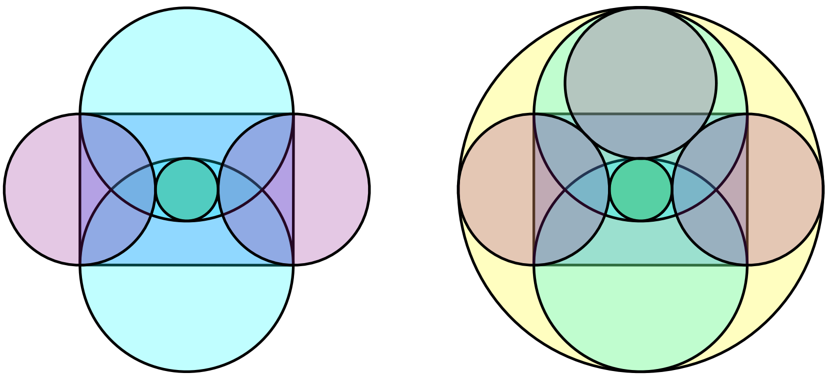
Wir zeichnen über jeder Rechteckseite den Thaleskreis (Abb. 1b). Die Thaleskreise haben die Radien $\sqrt{2}$ und 1.



a) b)

Abb. 1: DIN-Rechteck und Thaleskreise

Die Figur hat einen Inkreis und einen Umkreis (Abb. 2).



a) b)

Abb. 2: Inkreis und Umkreis

Der Inkreisradius ist die halbe Differenz der beiden Seitenlängen (gilt in jedem Rechteck), in unserem Fall $\sqrt{2}-1$. Der Umkreisradius ist die halbe Summe der beiden Seitenlängen (gilt in jedem Rechteck), in unserem Fall $\sqrt{2}+1$. Das Produkt der beiden Radien ist 1, sie sind also Kehrwerte voneinander.

In die Eckenspickel können wir kleine Kreise einpassen (Abb. 3a). Der Radius dieser Kreise ist $\frac{1}{3}$ (Abb. 3b). Beweis durch Nachrechnen.

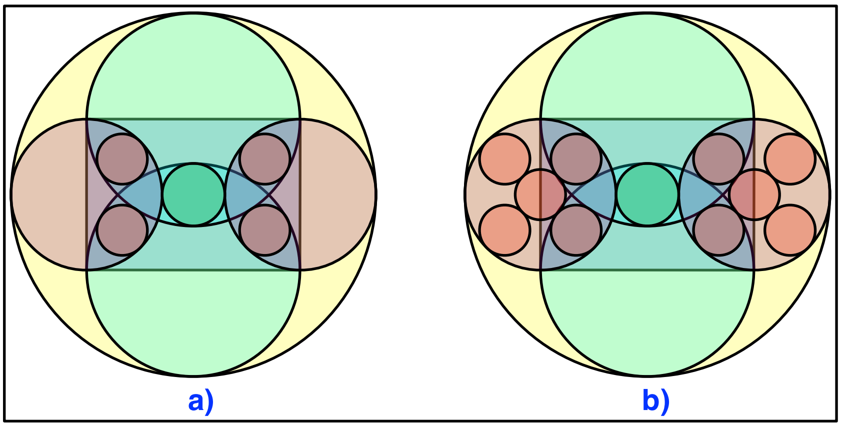


Abb. 3: Kreise in den Spickeln

Oben und unten können wir Kreise mit dem Radius 1 einpassen (Abb. 4). Sie sind also gleich groß wie die Thaleskreise über den kurzen Seiten des DIN-Rechtecks.

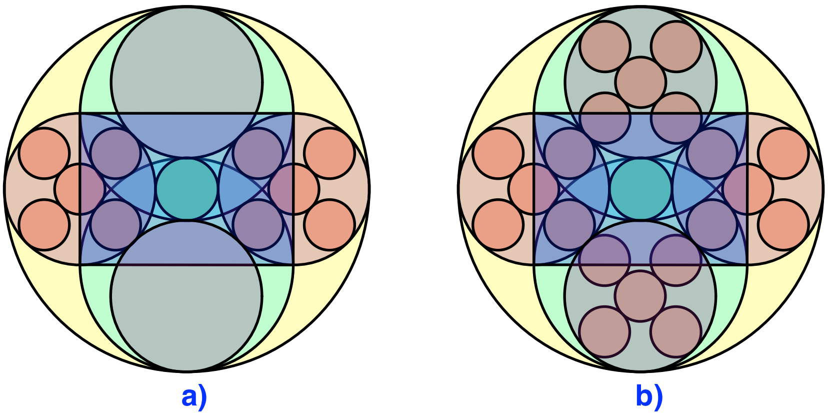


Abb. 4: Ergänzung

Nun können wir außen Kopien des Inkreises einpassen (Abb. 5a). Ihre Mittelpunkte liegen auf gleicher Achse wie die Mittelpunkte der Thaleskreise über den kurzen Seiten. Beweise durch Nachrechnen.

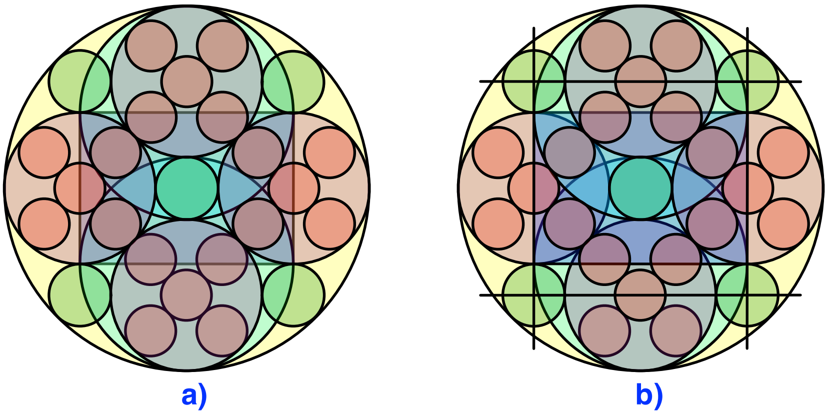


Abb. 5: Einpassen von Inkreiskopien