

Hans Walser, [20090713a], [20131225]

## Kaprekar zweistellig

### 1 Der Kaprekar-Algorithmus

Die Ziffern einer  $n$ -stelligen Dezimalzahl (allenfalls mit führenden Nullen) werden zum einen so geordnet, dass die größtmögliche Zahl entsteht und zum anderen so, dass die kleinstmögliche Zahl entsteht. Dann wird die Differenz gebildet und damit entsprechend weiter gearbeitet.

#### 1.1 Beispiele mit dreistelliger Startzahl

##### 1.1.1 Startzahl 253

$$532 - 235 = 297$$

$$972 - 279 = 693$$

$$963 - 369 = 594$$

$$954 - 459 = 495$$

954 - 459 = 495 Ab hier wiederholt sich die Rechnung. Zusammengefasst:

253 -> 297 -> 693 -> 594 -> 495; 4 Schritte

##### 1.1.2 Startzahl 242

242 -> 198 -> 792 -> 693 -> 594 -> 495; 5 Schritte

Bei einer Startzahl mit nicht lauter gleichen Ziffern gelangen wir nach spätestens 6 Schritten zur dreistelligen *Kaprekar-Konstanten* 495.

##### 1.1.3 Startzahl 222

222 -> 0; 1 Schritt

Bei lauter gleichen Ziffern der Startzahl gelangen wir sofort zur Null.

#### 1.2 Beispiele mit vierstelliger Startzahl

1111 -> 0; 1 Schritt

1112 -> 999 -> 8991 -> 8082 -> 8532 -> 6174; 5 Schritte

1113 -> 1998 -> 8082 -> 8532 -> 6174; 4 Schritte

Bei nicht gleichen Ziffern der Startzahl gelangen wir nach spätestens 7 Schritten zur vierstelligen Kaprekar-Konstanten 6174. Dies wurde 1949 von D. R. Kaprekar gezeigt.



**Dattaraya Ramchandra Kaprekar (1905-1986)**

## 2 Zweistellige Startzahlen

Bei zweistelligen Startzahlen gibt es keine Kaprekar-Konstante. Bei Startzahlen mit nicht lauter gleichen Ziffern gelangen wir nach spätestens zwei Schritten zu einer Zahl des *Kaprekar-Zyklus*  $09 \rightarrow 81 \rightarrow 63 \rightarrow 27 \rightarrow 45 \rightarrow 09$ .

### 2.1 Liste

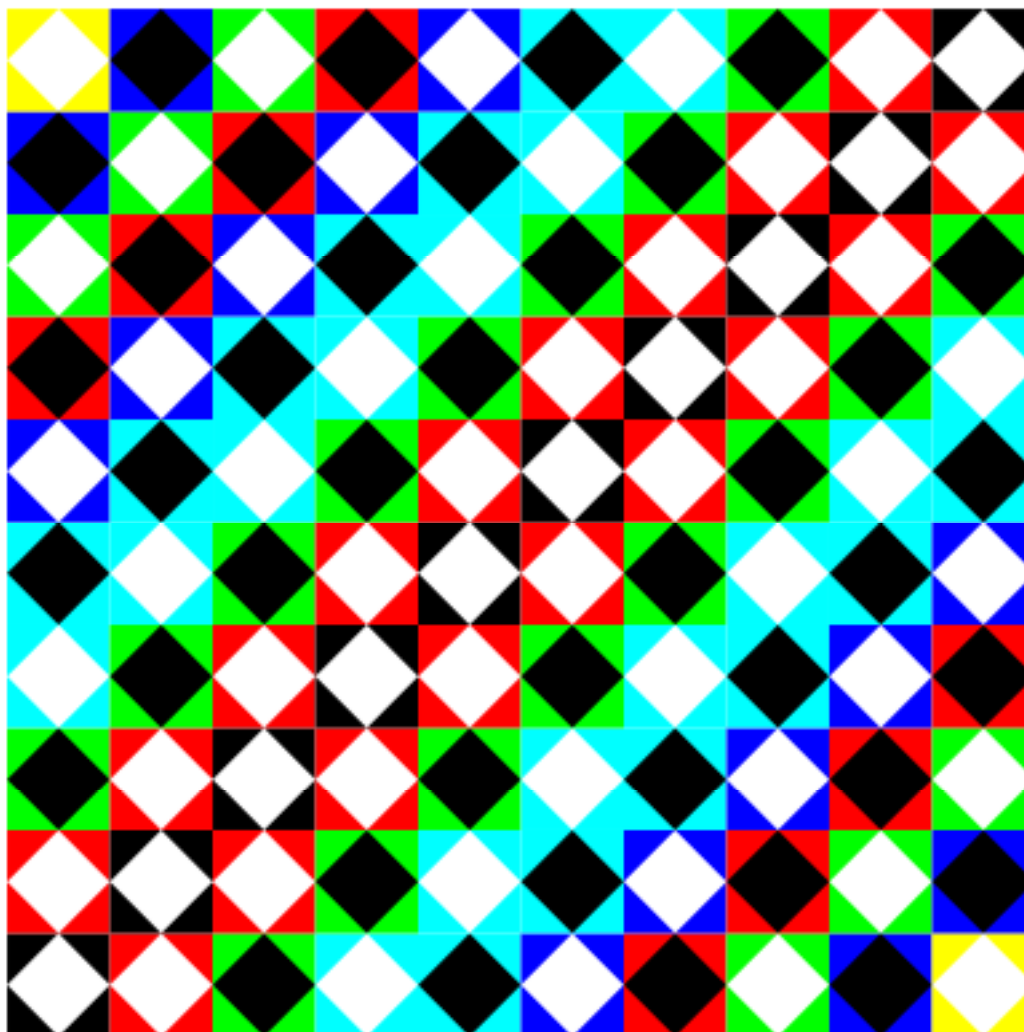
Die Liste ist vollständig, da Startzahlen mit vertauschten Ziffern das gleiche Kaprekar-Verhalten haben. Nach einem oder zwei Schritten gelangen wir zu einer Zahl des Kaprekar-Zyklus oder zur Null.

```
00 -> 00;  
01 -> 09;  
02 -> 18 -> 63;  
03 -> 27;  
04 -> 36 -> 27;  
05 -> 45;  
06 -> 54 -> 09;  
07 -> 63;  
08 -> 72 -> 45;  
09 -> 81;  
11 -> 00;  
12 -> 09;  
13 -> 18 -> 63;  
14 -> 27;  
15 -> 36 -> 27;  
16 -> 45;
```

17 -> 54 -> 09;  
18 -> 63;  
19 -> 72 -> 45;  
22 -> 00;  
23 -> 09;  
24 -> 18 -> 63;  
25 -> 27;  
26 -> 36 -> 27;  
27 -> 45;  
28 -> 54 -> 09;  
29 -> 63;  
33 -> 00;  
34 -> 09;  
35 -> 18 -> 63;  
36 -> 27;  
37 -> 36 -> 27;  
38 -> 45;  
39 -> 54 -> 09;  
44 -> 00;  
45 -> 09;  
46 -> 18 -> 63;  
47 -> 27;  
48 -> 36 -> 27;  
49 -> 45;  
55 -> 00;  
56 -> 09;  
57 -> 18 -> 63;  
58 -> 27;  
59 -> 36 -> 27;  
66 -> 00;  
67 -> 09;  
68 -> 18 -> 63;  
69 -> 27;  
77 -> 00;  
78 -> 09;  
79 -> 18 -> 63;  
88 -> 00;  
89 -> 09;  
99 -> 00;

## 2.2 Visualisierung

Im folgenden Raster sind waagrecht die Zehner, senkrecht die Einer der Startzahl dargestellt. Die Farben der auf der Spitze stehenden Quadrate gibt an, ob wir nach einem (weiß) oder nach zwei (schwarz) Schritten zum Kaprekar-Zyklus gelangen. Die Farbe der Grundquadrate richtet sich nach der Zykluszahl, die wir als erste erreichen: 09 (rot), 81 (gelb), 63 (grün), 27 (hellblau) und 45 (blau); bei Erreichen der Zahl 0 wird schwarze Farbe verwendet.



Kaprekar zweistellig