

4 Überlagerung zweier Profile

Die Abbildungen 4 und 5 zeigen die Profile der Zahlen 84 und 72 in verschiedenen Farben, die Abbildung 5 deren Überlagerung.

Im Unterricht können sich die Schülerinnen und Schüler die Profile verschiedener Zahlen gegenseitig ausleihen.

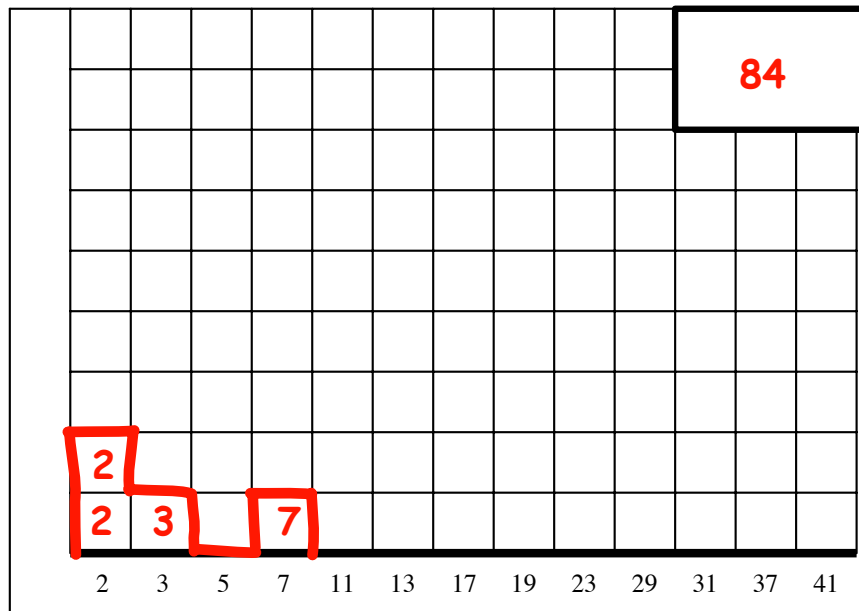


Abb. 4: Profil der Zahl 84

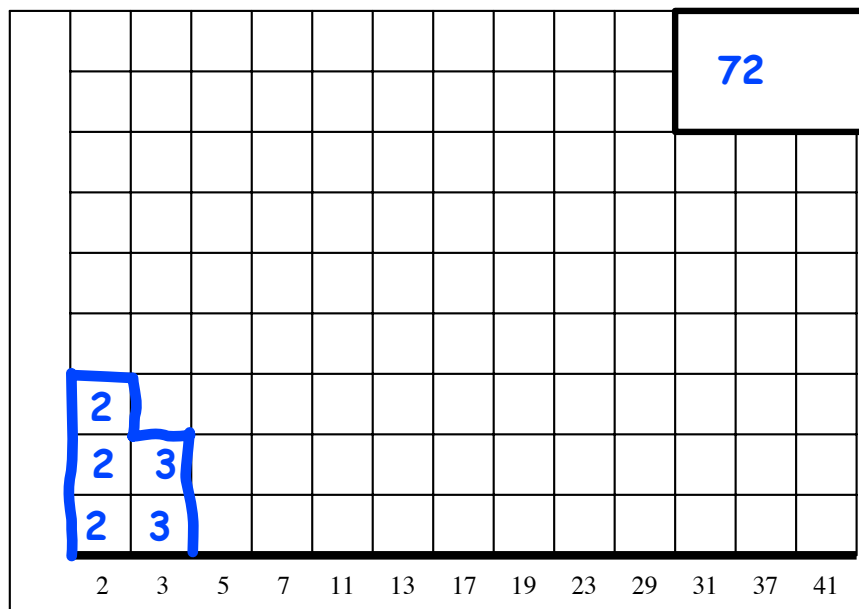


Abb. 5: Profil der Zahl 72

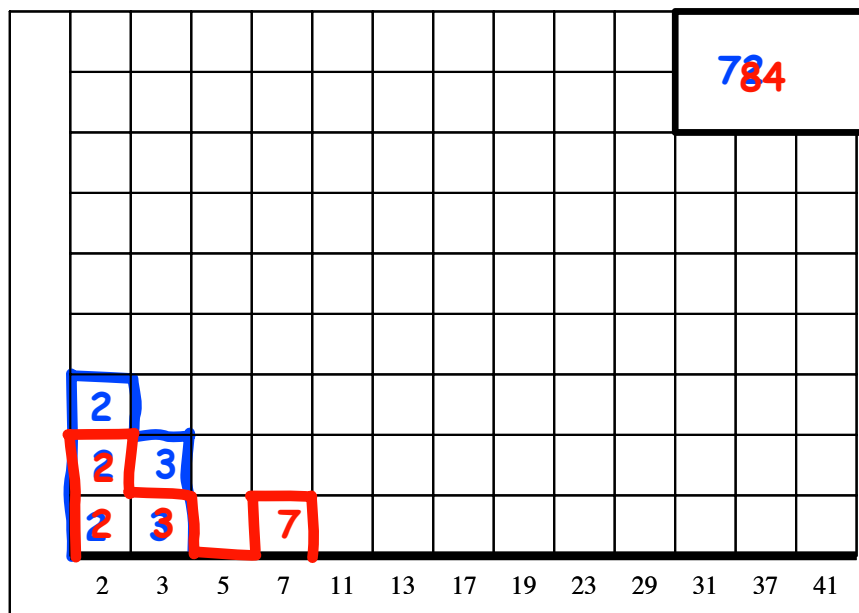


Abb. 6: Überlagerung

5 ggT

Den größten gemeinsamen Teiler finden wir nun dort, wo beide Farben vorkommen (Abb. 7).

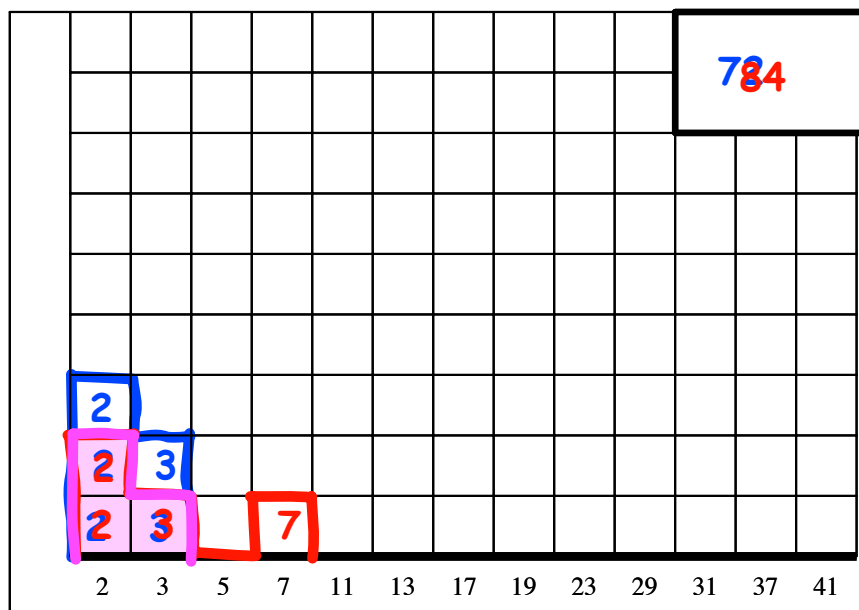


Abb. 7: ggT

Es ist $\text{ggT}(84,72) = 2^2 \cdot 3^1 = 12$.

Wenn wir die Profile der beiden Zahlen 84 und 72 je als Tunnelprofil deuten, hat der größte gemeinsame Teiler 12 das Profil des größten Wagens, der gerade noch durch beide Tunnel geht (geschliffen und geschmiert).

6 kgV

Das kleinste gemeinsame Vielfache finden wir dort, wo mindestens eine Farbe vorkommt (Abb. 8).

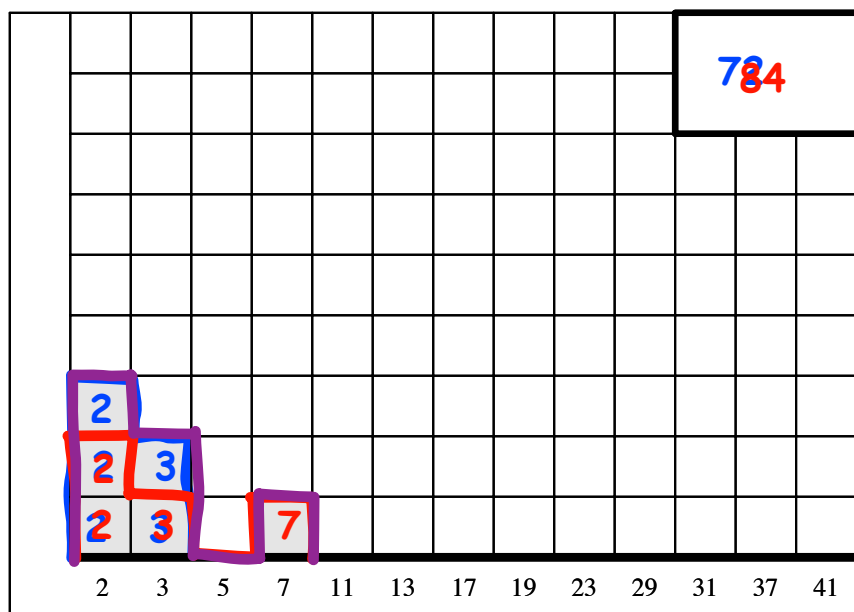


Abb. 8: kgV

Es ist $\text{kgV}(84, 72) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^1 = 504$.

Das Profil des kleinsten gemeinsamen Vielfachen 504 ist das kleinste Tunnelprofil, durch das die beiden Wagen mit den Profilen der beiden Zahlen 84 und 72 gerade noch hindurchkommen.

Metabemerkung für Didaktiker: Beim Übergang vom ggT zum kgV müssen die Begriffe *Tunnel* und *Wagen* vertauscht werden. Max und Moritz sowie der Lehrer Lämpel merken das auch ohne diesen Hinweis.

7 Umkehrung

Natürlich dann die Profilvisualisierung auch für Umkehrprobleme von der Form

$$\text{ggT}(90, n) = 15 \quad \text{oder} \quad \text{kgV}(m, 20) = 1260$$

verwendet werden. Probleme dieser Art sind besonders reizvoll, da sie mehrere Lösungen, im Falle des ggT sogar unendlich viele Lösungen zulassen.

Literatur

Heitzer, J. (2013): Lochkarten zur Primfaktorzerlegung. *Mathematik lehren*, 176, 14-17.