

Hans Walser, [20150442]

Goldener Schnitt im 15-Eck

Idee und Anregung: T. W., L.

1 Gemeinsamer Umkreis

Wir zeichnen $\left\{\frac{15}{5}\right\}$ (rot) und $\left\{\frac{15}{3}\right\}$ (blau) mit gemeinsamem Umkreis (Abb. 1, Umkreis nicht gezeichnet).

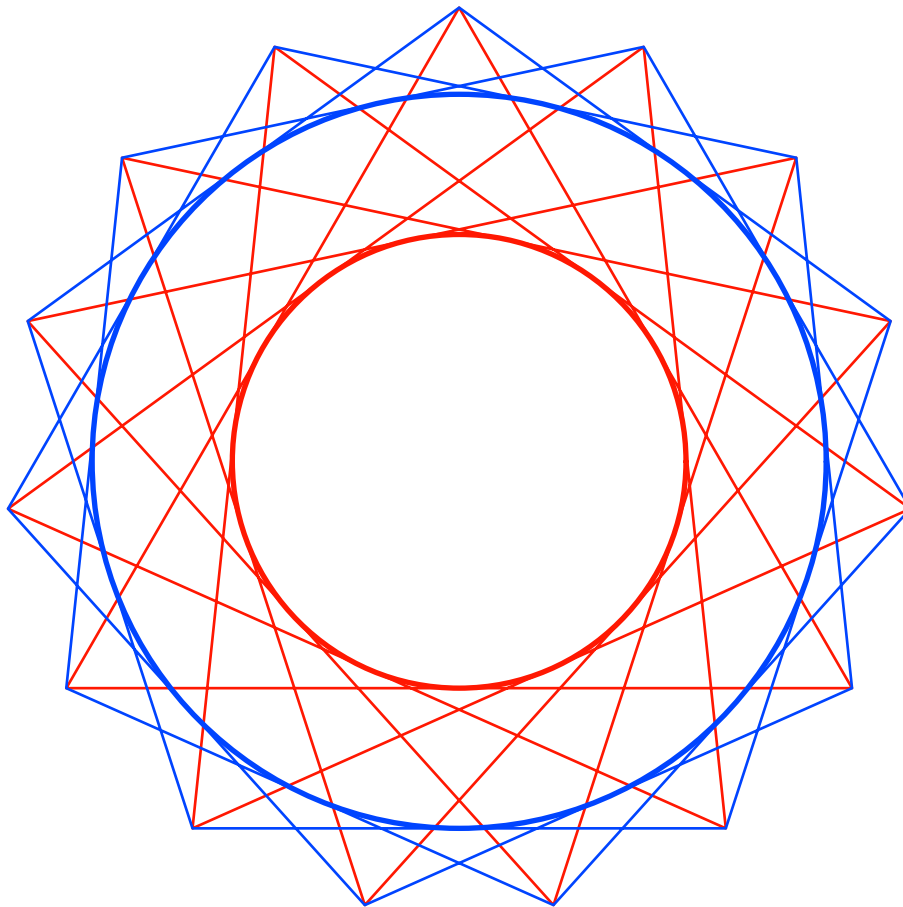


Abb. 1: Zwei Sterne mit gemeinsamem Umkreis

Die Radien der beiden Inkreise stehen im Verhältnis des Goldenen Schnittes. Mit dem Goldenen Schnitt meinen wir das Verhältnis $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180$.

In der Abbildung 2 ist zusätzlich $\left\{\frac{15}{6}\right\}$ mit Inkreis in orange eingezeichnet.

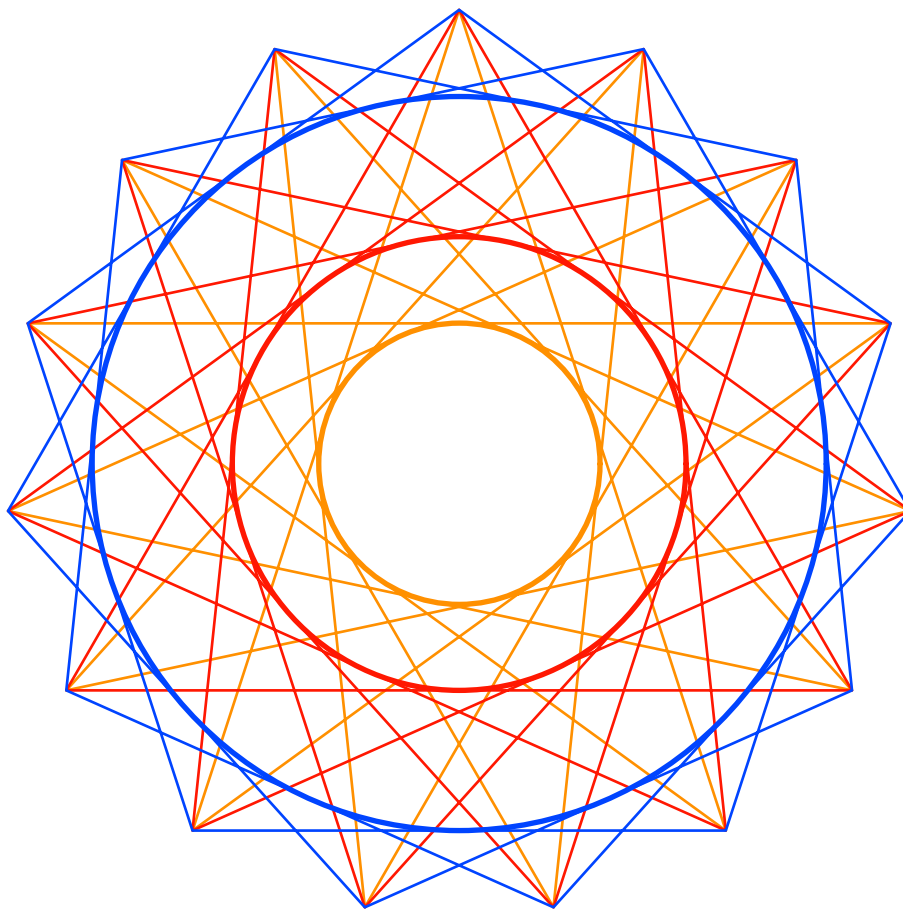


Abb. 2: Noch ein Stern

Für die Berechnungen setzen wir den gemeinsamen Umkreisradius gleich 1.

Für das Inkreis-Radienverhältnis ergibt sich von innen nach außen:

$$\cos\left(\frac{6}{15}\pi\right) : \cos\left(\frac{5}{15}\pi\right) : \cos\left(\frac{3}{15}\pi\right) = \cos(72^\circ) : \cos(60^\circ) : \cos(36^\circ) = \frac{1}{\Phi} : 1 : \Phi$$

2 Gemeinsamer Inkreis

Wir zeichnen $\left\{\frac{15}{5}\right\}$ (rot) und $\left\{\frac{15}{3}\right\}$ (blau) mit gemeinsamem Inkreis (Abb. 3, Inkreis nicht gezeichnet).

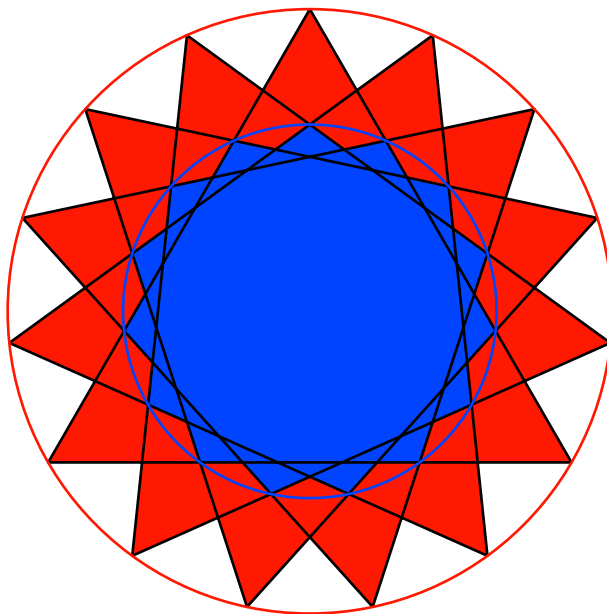


Abb. 3: Zwei Sterne mit gemeinsamem Inkreis

Die Radien der beiden Umkreise stehen im Verhältnis des Goldenen Schnittes.

In der Abbildung 4 ist zusätzlich $\left\{\frac{15}{6}\right\}$ in gelb mit orangem Umkreis eingezeichnet.

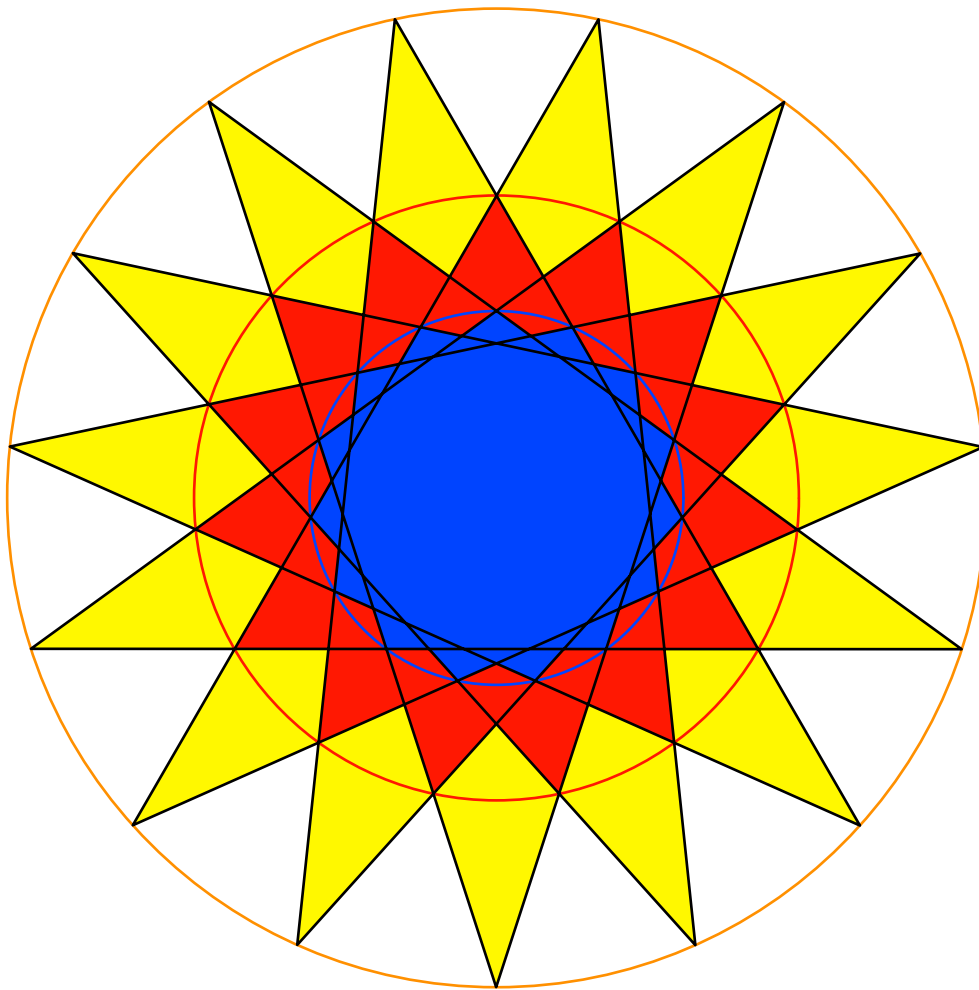


Abb. 4: Noch ein Stern

Für die Berechnungen setzen wir den gemeinsamen Inkreisradius gleich 1.

Für das Umkreis-Radienverhältnis ergibt sich von innen nach außen:

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{3}{15}\pi\right)} : \frac{1}{\cos\left(\frac{5}{15}\pi\right)} : \frac{1}{\cos\left(\frac{6}{15}\pi\right)} = \frac{1}{\cos(36^\circ)} : \frac{1}{\cos(60^\circ)} : \frac{1}{\cos(72^\circ)} = \frac{1}{\Phi} : 1 : \Phi$$