Hans Walser, [20170308]

# Goldener Quader

Besprechung einer Aufgabe (Wiltsche 2016).

Anregungen von Heinz Klaus Strick, Leverkusen

## 1 Erinnerung: Goldene Rechtecke

Wir ordnen zwei gleich große Goldene Rechtecke (Rechtecke mit dem Seitenverhältnis des Goldenen Schnittes, Walser 2013) an gemäß Abbildung 1.

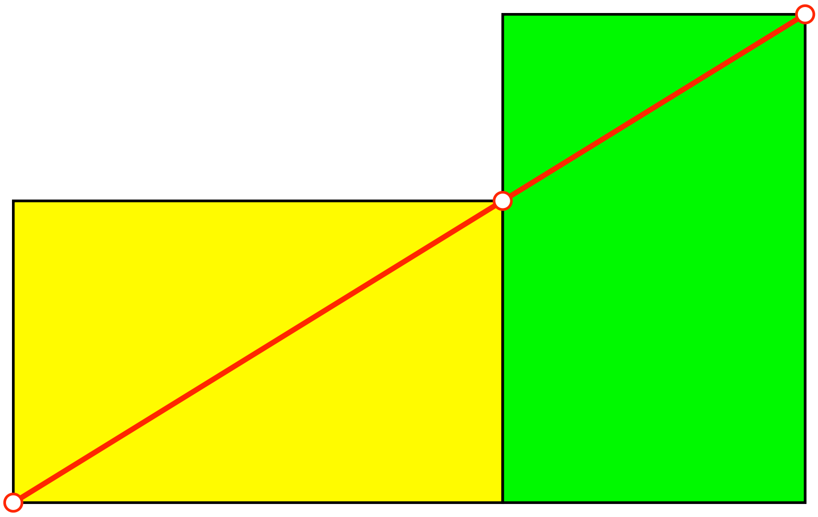

**Abb. 1: Goldene Rechtecke**

Die drei rot markierten Punkte sind kollinear. Beweis: Das orange Teilrechteck (Abb. 2) ist ähnlich zum Goldenen Rechteck im Querformat.

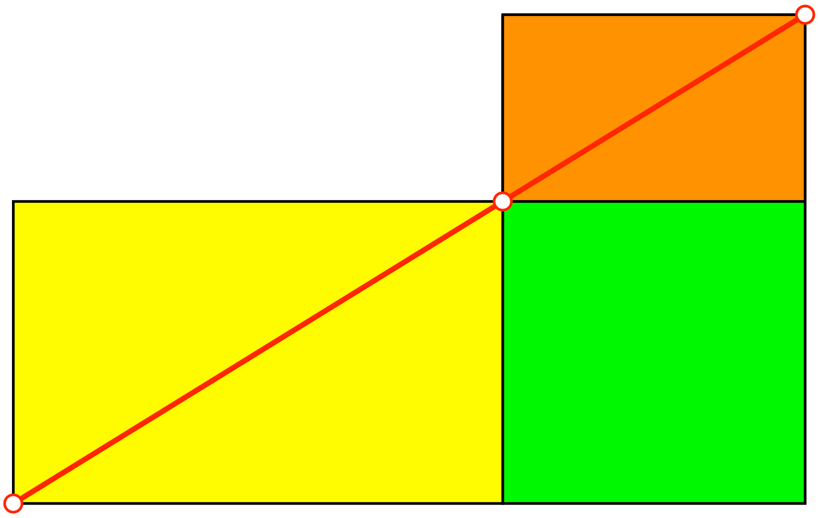

**Abb. 2: Beweisfigur**

## 2 Übertragung in den Raum

Wir suchen zwei gleich große Quader mit einer Kollinearitätseigenschaft gemäß Abbildung 3.

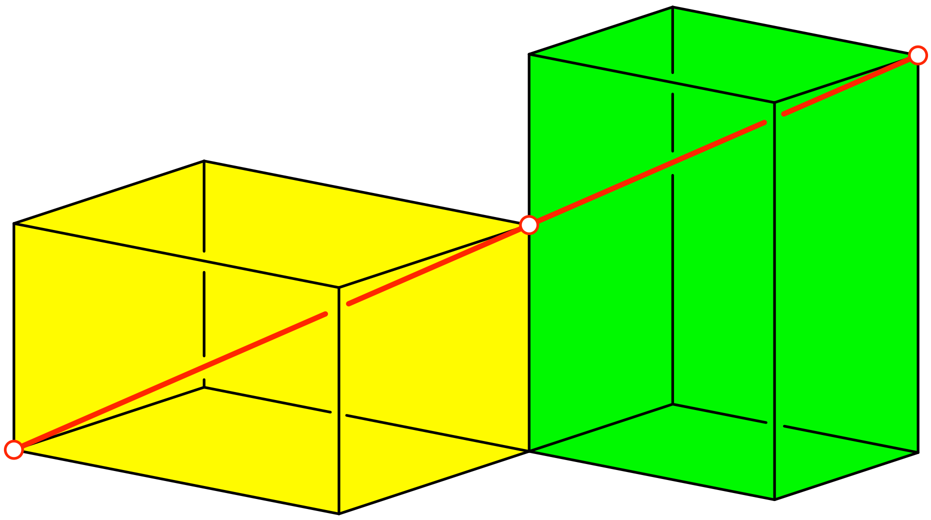

**Abb. 3: Kollinearität im Raum**

## 3 Bezeichnungen

Wir arbeiten mit den Bezeichnungen der Abbildung 4. Dabei ist $r < q < p$.

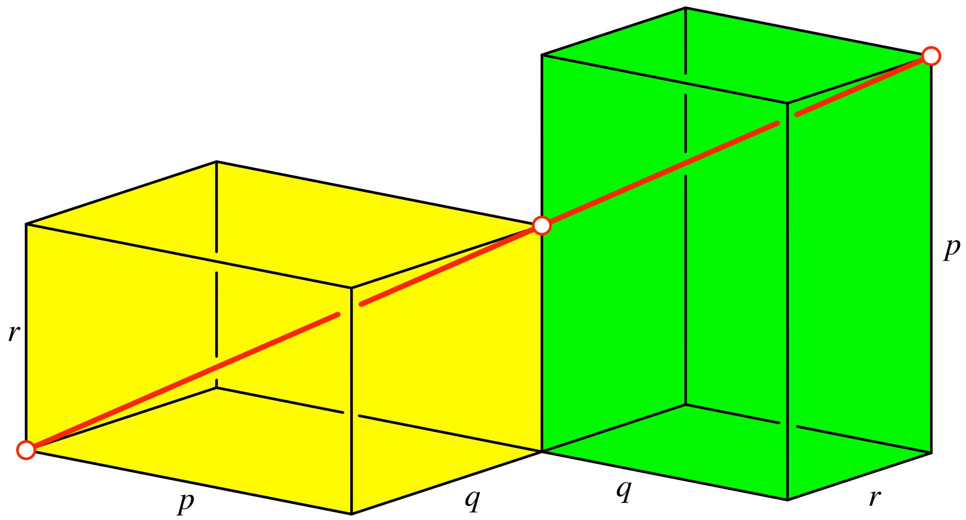


**Abb. 4: Bezeichnungen**

## 4 Berechnungen

Für die Berechnungen setzen wir $r = 1$.
Aus der Sicht von oben (Grundriss) erhalten wir:

$$\frac{q}{p} = \frac{1+q}{p+q} \tag{1}$$

Aus der Sicht von vorne (Aufriss) erhalten wir:

$$\frac{1}{p} = \frac{p}{p+q} \tag{2}$$

Das Gleichungssystem (1) und (2) hat die reelle Lösung:

$$\begin{aligned} p &= \tfrac{1}{6}\sqrt[3]{100+12\sqrt{69}} + \frac{2}{3\sqrt[3]{100+12\sqrt{69}}} + \tfrac{3}{2} \approx 1.754877667 \\ q &= \frac{6\sqrt[3]{100+12\sqrt{69}}}{\left(\sqrt[3]{100+12\sqrt{69}}\right)^2 + 4 - 2\sqrt[3]{100+12\sqrt{69}}} \approx 1.324717957 \end{aligned} \tag{3}$$

## 5 Bemerkungen

Aus dem Gleichungssystem (1) und (2) ergibt sich durch Termumformen:

$$q = \frac{1}{p-1} \tag{4}$$

Ebenso gilt die Beziehung:

$$q = p^2 - p \tag{5}$$

Für $p$ erhalten wir die kubische Gleichung:

$$p(p-1)^2 = 1 \tag{6}$$

## 6 Analogie zum Goldenen Rechteck

Die Abbildung 5 zeigt die Analogie zur Abbildung 2.

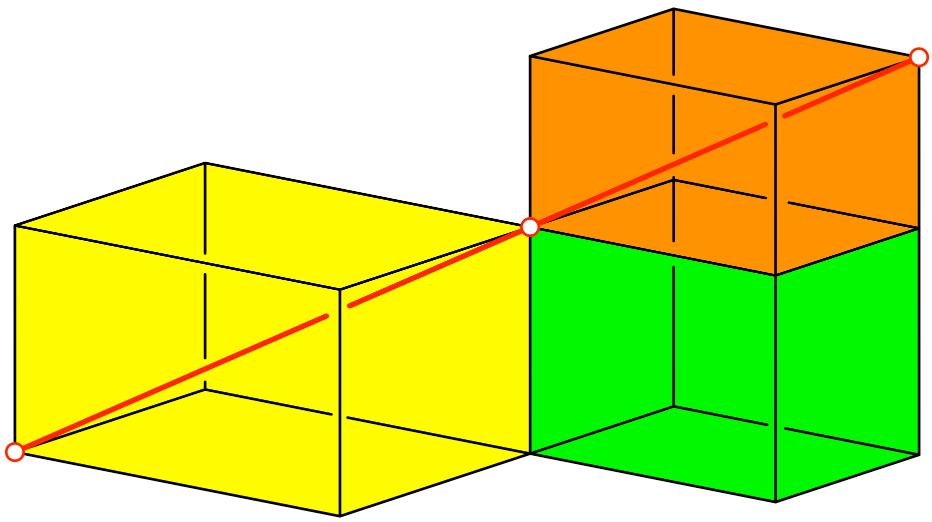

**Abb. 5: Analogie zum Goldenen Rechteck**

Die Analogie wird in der Sicht von der Seite (Seitenriss) besonders deutlich (Abb. 6).

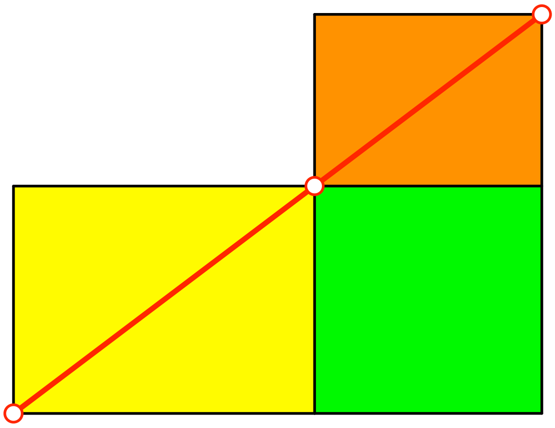

**Abb. 6: Seitenriss**

## Literatur

Walser, Hans (2013): Der Goldene Schnitt. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig. ISBN 978-3-937219-85-1.

Wiltsche, Albert (2016): Aufgabenecke 2016/2, Aufgabe 21.2, IBDG, Informationsblätter der Geometrie, Fachverband der Geometrie, Heft 2/2016, Jahrgang 35, S. 10.