Hans Walser, [20140412]

Goldene Spirale

Adaptation der Fibonacci-Spirale von E. J..

1 Die geometrische Fibonacci-Folge

Mit dem Goldenen Schnitt $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ (Walser, 2013) bauen wir die geometrische Folge:

$$1, \Phi, \Phi^2, \Phi^3, \Phi^4, \ldots$$

Diese Folge genügt der Rekursion:

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n + \Phi^{n-1}$$

Die Folge ist damit auch eine Fibonacci-Folge. Sie hat die Startwerte 1 und Φ.
Nachweis der Rekursion:

$$\Phi^n + \Phi^{n-1} = \Phi^{n-1}\underbrace{(\Phi + 1)}_{=\Phi^2} = \Phi^{n+1}$$

Die Abbildung 1 illustriert die Rekursion mit Pythagoras. Die Angaben beziehen sich auf die Flächeninhalte der Quadrate.

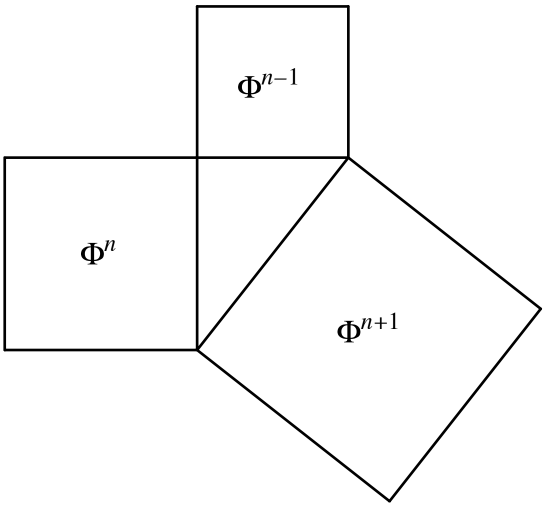

Abb. 1: Pythagoras und der Goldene Schnitt

Das rechtwinklige Dreieck hat das Seitenverhältnis $1 : \sqrt{\Phi} : \Phi$.

2 Die Spirale

Wir bauen die Figur zu einer Spirale aus. Die Abbildung 2 zeigt den Anfang der Spirale.

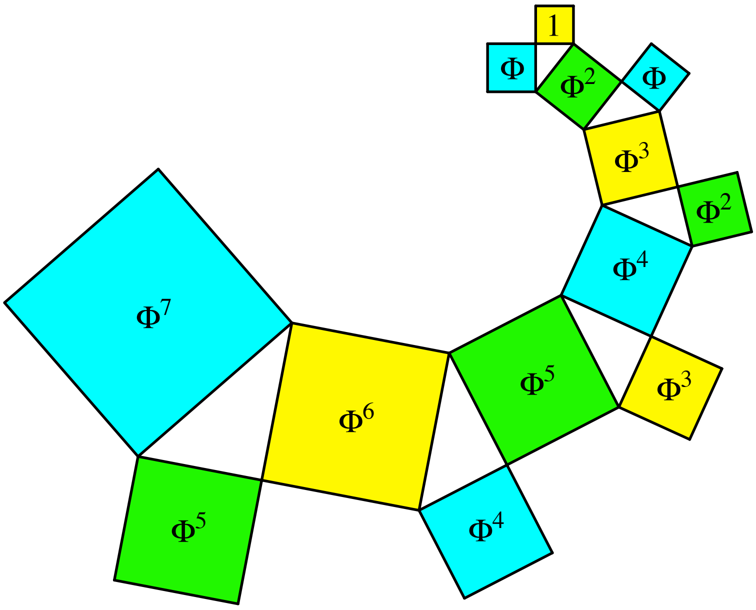

Abb. 2: Spiralenstart

Die Abbildung 3 zeigt einen größeren Ausschnitt.

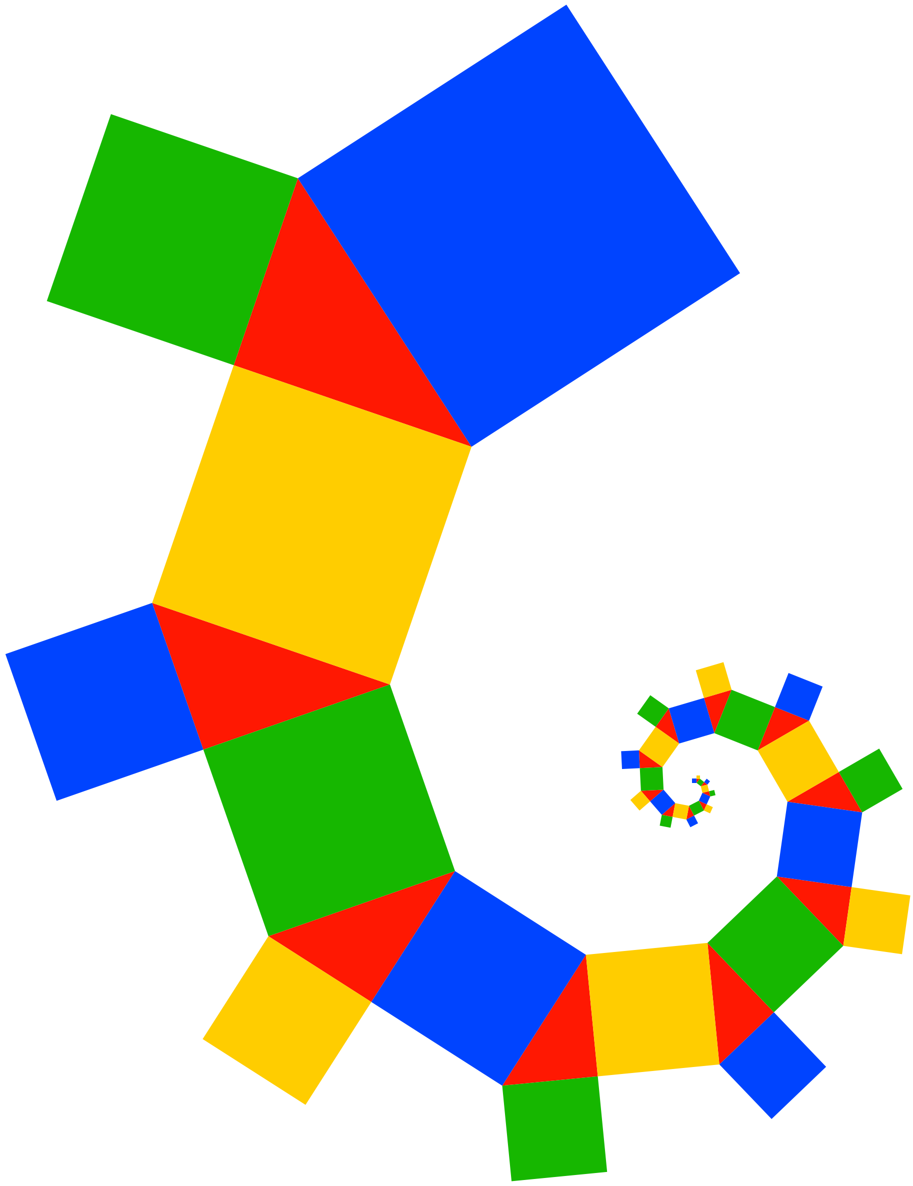

Abb. 3: Goldene Spirale

Es handelt sich um eine eckige logarithmische Spirale. Das Zentrum lässt sich daher mit Ortsbogen und/oder Apolloniuskreisen konstruieren.

Literatur

Walser, Hans (6. Auflage 2013). *Der Goldene Schnitt*. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.