Hans Walser, [20141109]

Gleitgelenkmodelle

1 Worum geht es?

Es werden Gleitgelenkmodelle für regelmäßige Vielecke ungerader Eckenzahl konstruiert.

2 Die Bauteile

Wir arbeiten mit zwei Bauteilen: Einheitsstrecken und Einheitsstrecken kombiniert mit einer Gleitnut (Abb. 1).

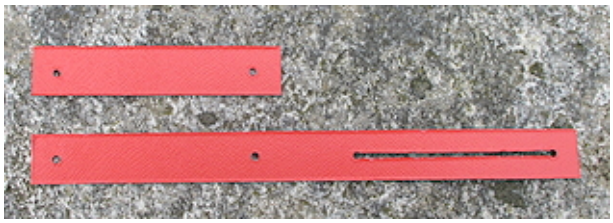

Abb. 1: Bauteile

Die Gleitnut muss „genügend lang“ sein.

Die Bauteile sind aus Pappe (Deckel von Ringheftern) geschnitten. Breite 2cm, Einheitslänge 8cm. Die Einheitsstrecke als Bauteil ist daher 10cm lang. Lochung etwa 3.5mm, mit Lederlochzange.

Als Bolzen werden Mustertütenklammern verwendet.

3 Dreieck

Für das regelmäßige Dreieck genügen drei Einheitsstrecken (Abb. 2).

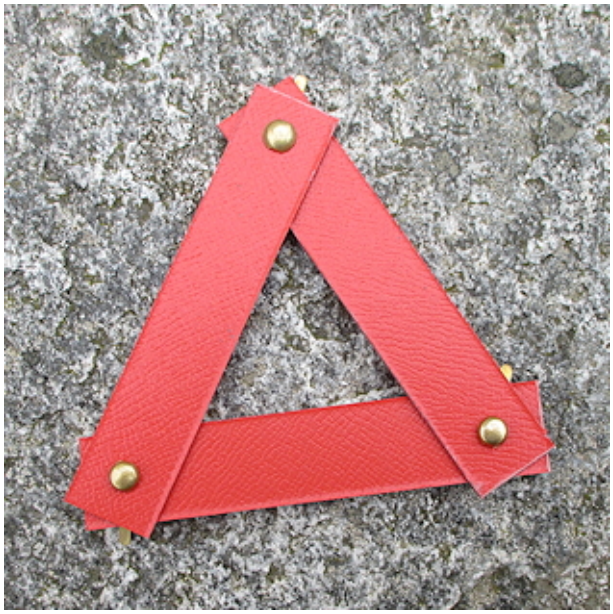

Abb. 2: Dreieck

4 Eiffeltürme

Für ungerade Eckenzahlen größer als drei arbeiten wir zunächst mit einem Gerüst aus einem gleichschenkligen Dreieck (Abb. 3). Für die Eckenzahl $u = 2n - 1, n \in \mathbb{N}$ benötigen wir zwei Bauteile mit einer Nut und $u - 2$ Einheitsstrecken. Zusammen mit den Einheitsstrecken auf den Nut-Bauteilen sind es also insgesamt u Einheitstrecken.

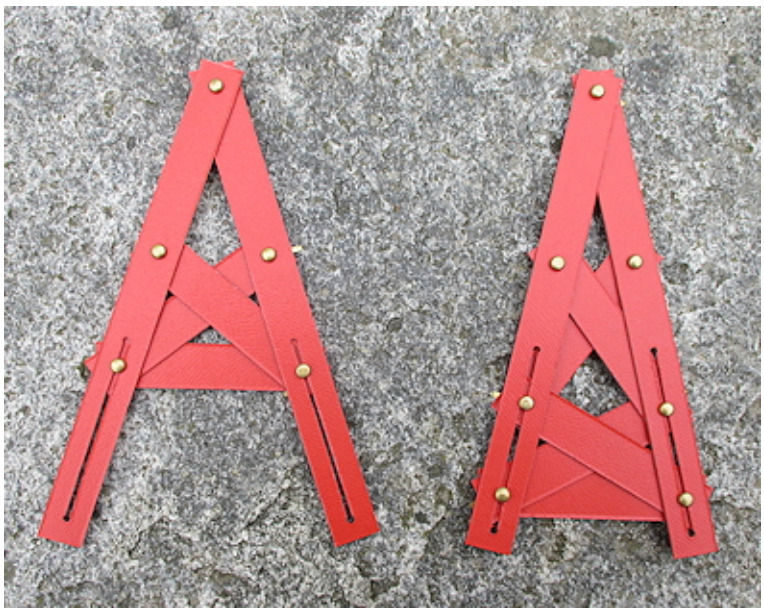

Abb. 3: Eiffeltürme

Aus den u Einheitsstrecken bauen wir einen Zickzack-Weg, der oben an der Spitze beginnt und schließlich wieder dahin zurückführt. Dann ergibt sich an der Spitze automatisch ein Winkel von $180°/u$ (Walser 1988). Die Figur erinnert an einen Pylon und insbesondere an den Eiffelturm.

Im Sonderfall $u = 5$ (Abb. 3a) stellt sich auf den beiden Schenkeln automatisch der Goldene Schnitt ein. Über den Goldenen Schnitt siehe (Walser 2013).

Die Abbildung 4 zeigt die Eiffeltürme für $u = 9, 11, 13$.

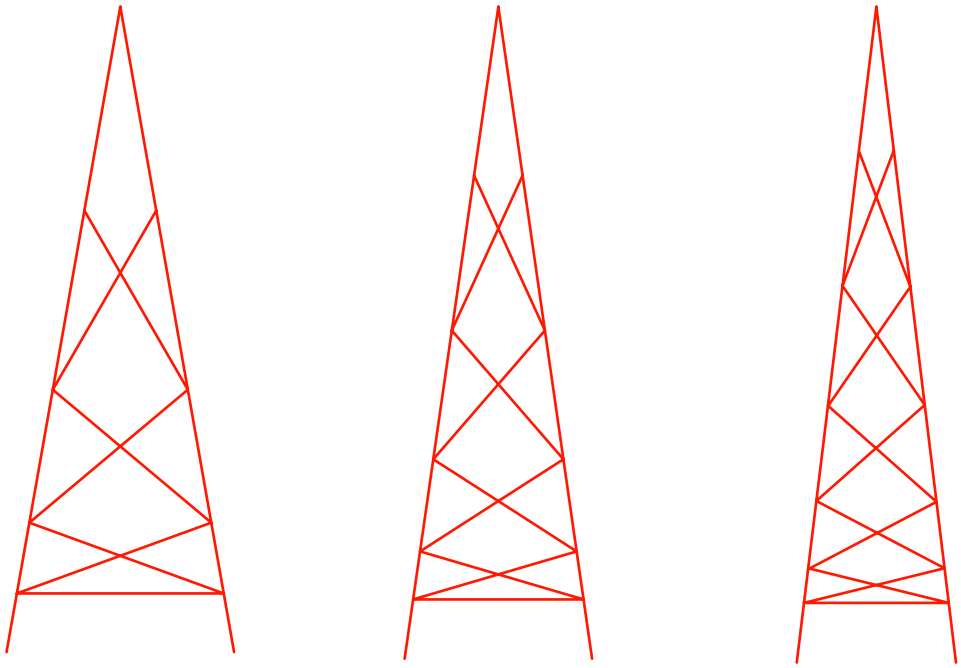

Abb. 4: Eiffeltürme

5 Ausbau zu Vielecken

Die Eiffeltürme können nun mit zusätzlichen Einheitsstrecken zu regelmäßigen Vielecken ausgebaut werden (Abb. 5).

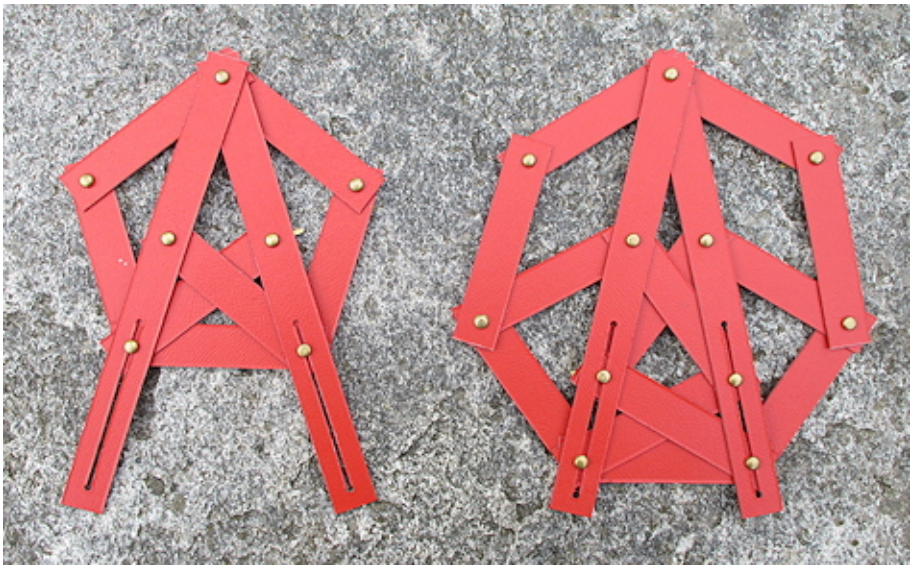

Abb. 5: Ausbau zum regelmäßigen Vieleck

Beim Fünfeck benötigen wir vier zusätzliche Einheitsstrecken, beim Siebeneck 8 zusätzliche Einheitsstrecken.

Die Abbildung 6 zeigt die Situation für das 19-Eck. Wir benötigen 80 zusätzliche Einheitsstrecken.

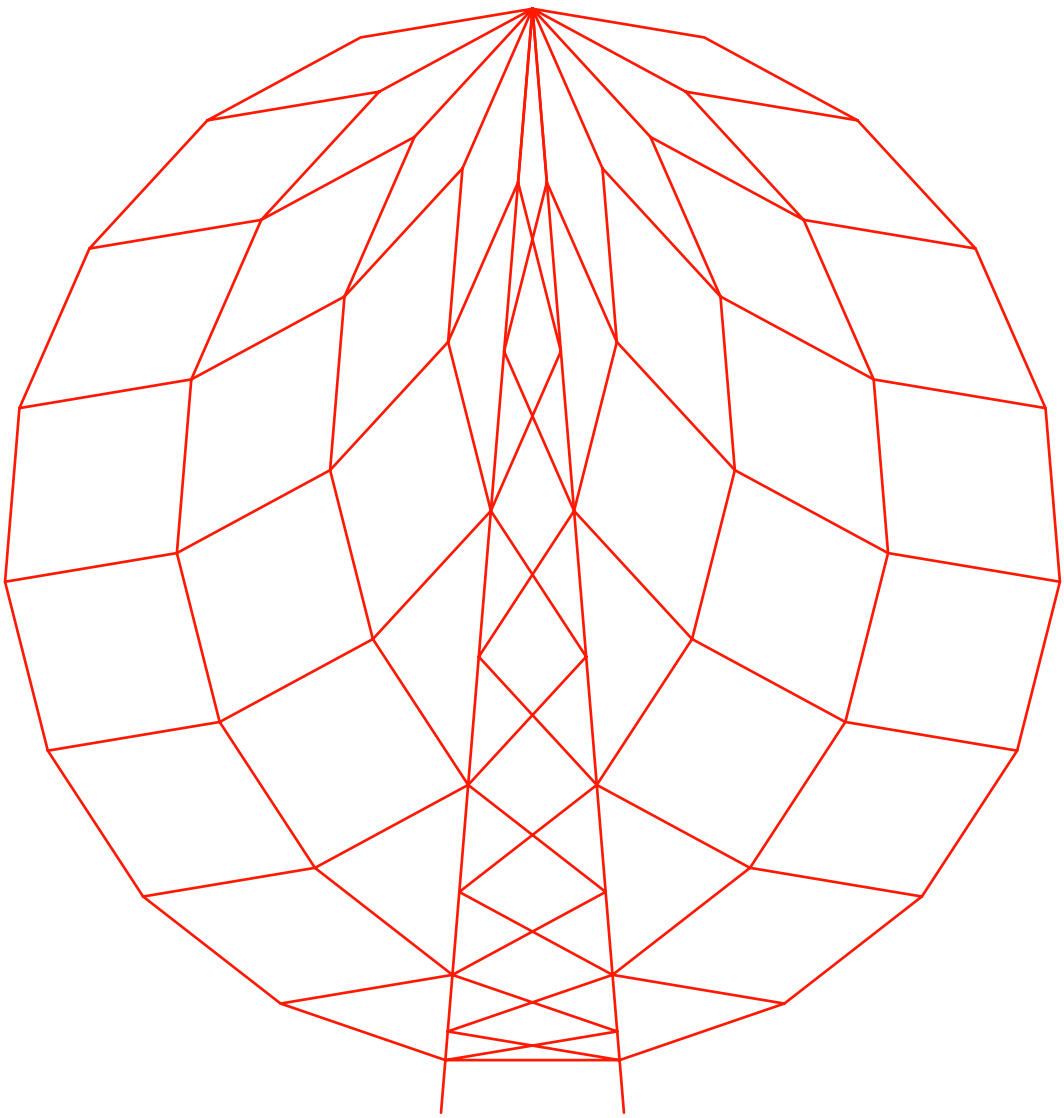

Abb. 6: Regelmäßiges 19-Eck

Die Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die Anzahl der benötigten Bauteile.

n	$u = 2n - 1$	Eiffelturm	Ergänzung	Total
2	3	3	0	3
3	5	5	4	9
4	7	7	8	15
5	9	9	16	25
6	11	11	24	35
7	13	13	36	49
8	15	15	48	63
9	17	17	64	81
10	19	19	80	99

Tab. 1: Benötigte Bauteile

Für ungerades n ist die Totalzahl der benötigten Bauteile n^2. Für gerades n ist die Totalzahl der benötigten Bauteile $n^2 - 1$. Wir haben eine Paritätsunterscheidung.

Die markierten Zahlen finden wir auch als Diagonalelemente in der eckigen Zahlenspirale der Abbildung 7.

99	98	97	96	95	94	93	92	91	90
64	63	62	61	60	59	58	57	56	89
65	36	35	34	33	32	31	30	55	88
66	37	16	15	14	13	12	29	54	87
67	38	17	4	3	2	11	28	53	86
68	39	18	5	0	1	10	27	52	85
69	40	19	6	7	8	9	26	51	84
70	41	20	21	22	23	24	25	50	83
71	42	43	44	45	46	47	48	49	82
72	73	74	75	76	77	78	79	80	81

Abb. 7: Eckige Zahlenspirale

6 Sonderfall Siebeneck

Das Siebeneck lässt sich als Sonderfall auch anders gestalten (Gächter 2013). Wir können vier Einheitsstrecken ersetzen durch zwei Strecken der Länge $\sqrt{2}$ (Abb. 8).

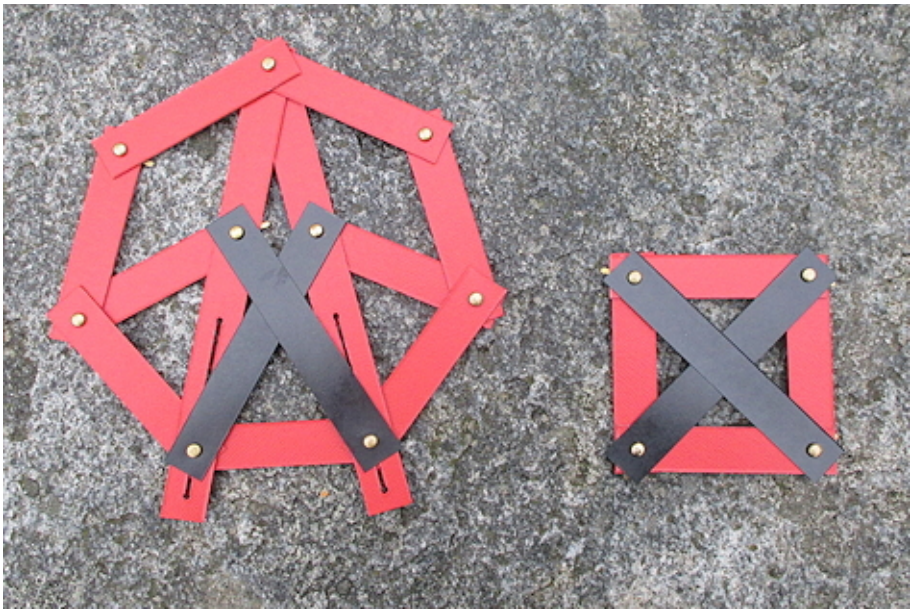

Abb. 8: Sonderfall Siebeneck

7 Anderer Lösungsweg

Die Abbildung 9 zeigt einen anderen Lösungsweg.

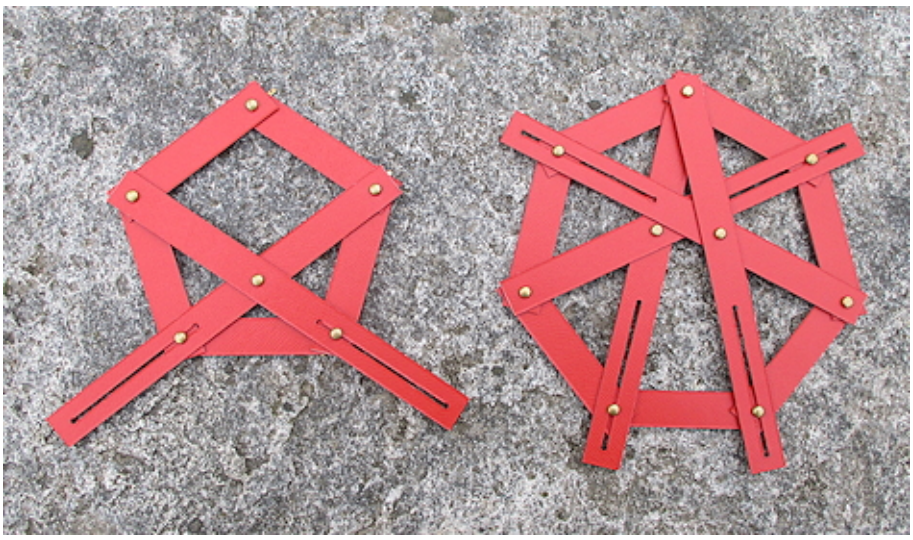

Abb. 9: Anderer Lösungsweg

Beim Fünfeck sparen wir zwei Einheitsstrecken und einen Bolzen.

Beim Siebeneck sparen wir vier Bauteile und zwei Bolzen.

Für Vielecke höherer Eckenzahl habe ich die Sache nicht untersucht.

Literatur

Gächter, Albert A. (2013): 7 Zahnstocher. Anregungen für den Mathematikunterricht. St. Gallen: Mefi-Verlag Gächter. ISBN 978-3-9523962-2-3.

Walser, H. (1988): Ein Schliessungssatz der Elementargeometrie. Elemente der Mathematik (43), 161-169.

Walser, H. (2013): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.