

Hans Walser, [20160538]

Gleiche Sehnen

1 Problemstellung

Zu drei Kreisen ist eine Gerade gesucht, die aus den drei Kreisen Sehnen gleicher Länge herauschneidet.

Die Abbildung 1 zeigt ein Beispiel mit drei Lösungen.

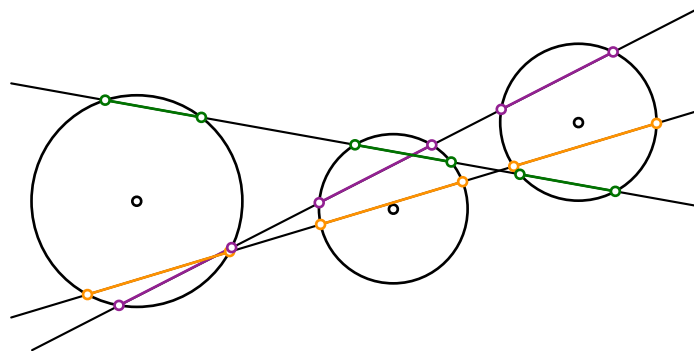


Abb. 1: Gleich lange Sehnen

Die Anzahl der Lösungen kann variieren. Es gibt auch Beispiele ohne Lösung.

2 Lösungsweg

Bei nur zwei Kreisen kann zusätzlich die Sehnenlänge vorgegeben werden.

Wir variieren nun die Sehnenlänge, bis sie auch im dritten Kreis passt.

3 Exemplarische Lösung

Wir beginnen mit zweien der drei Kreise und geben eine Sehnenlänge vor (rot in der Abbildung 2). Zu den zwei Kreisen zeichnen wir je einen kleineren konzentrischen Kreis gemäß Abbildung 2 (blau).

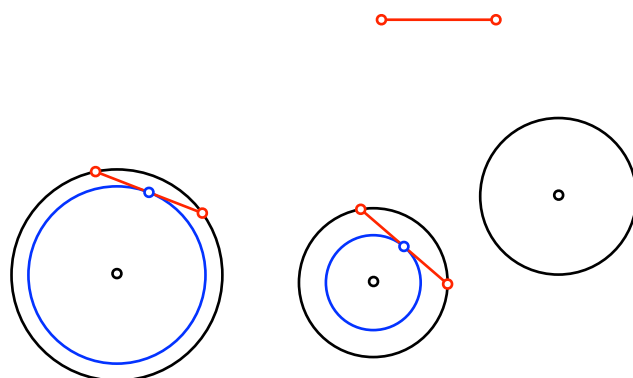


Abb. 2: Kleinere Kreise

Nun zeichnen wir die gemeinsamen Tangenten an die beiden kleinen blauen Kreise (Abb. 3).

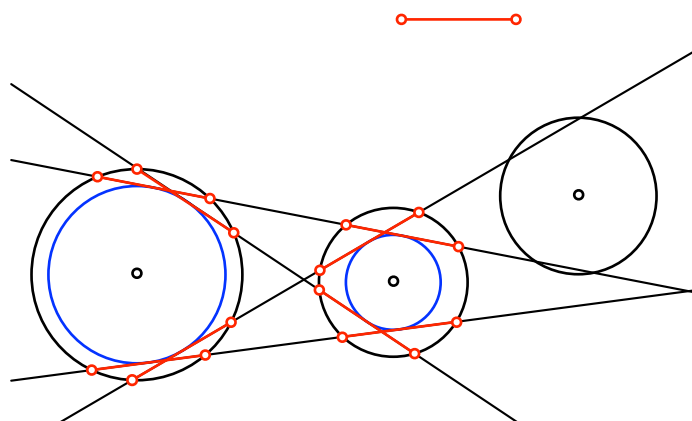


Abb. 3: Gemeinsame Tangenten. Gleiche Sehnen

Es gibt maximal vier gemeinsame Tangenten. Diese vier Geraden schneiden aus den beiden ursprünglichen Kreisen Sehnen der vorgegebenen Sehnenlängen heraus.

Den dritten Kreis schneiden sie entweder gar nicht oder dann in der Regel mit anderen Sehnenlängen.

Wir variieren nun die vorgegebene rote Sehnenlänge. Dadurch verändert sich die Lage der vier Geraden.

Im Diagramm der Abbildung 4 ist exemplarisch für eine der vier Geraden die lila Sehnenlänge im dritten Kreis als Funktion der roten Sehnenlänge abgetragen. Ebenso ist in diesem Diagramm der Graf der identischen Funktion (Gerade mit der Steigung 1) eingetragen.

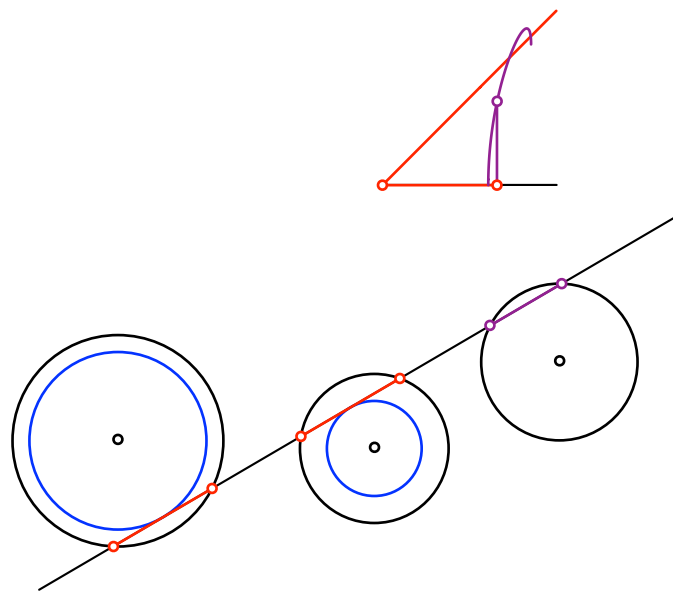


Abb. 4: Lila Sehnenlänge im dritten Kreis als Funktion der roten Sehnenlänge in den beiden ersten Kreisen.

Im Schnittpunkt des lila Grafen mit der schrägen roten Geraden ist die lila Sehnenlänge im dritten Kreis gleich der roten Sehnenlänge in den beiden ersten Kreisen. In unserem Beispiel gibt es zwei Schnittpunkte. Die Abbildungen 5 und 6 zeigen die beiden zugehörigen Lösungen.

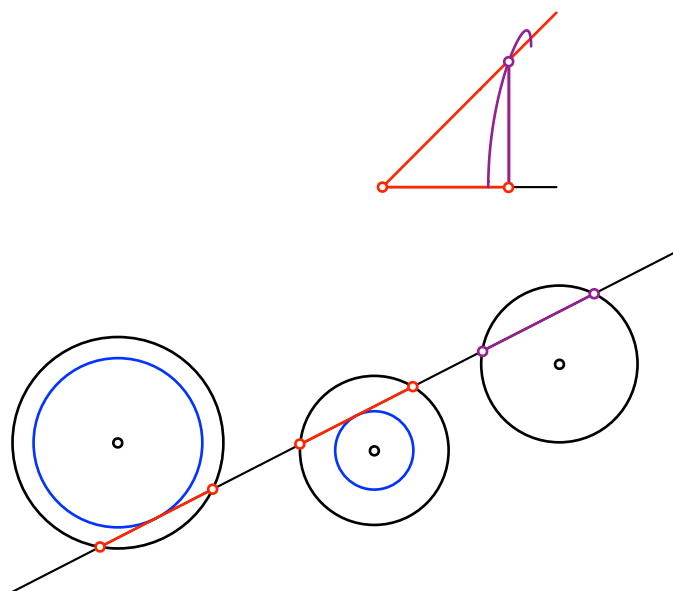


Abb. 5: Erste Lösung

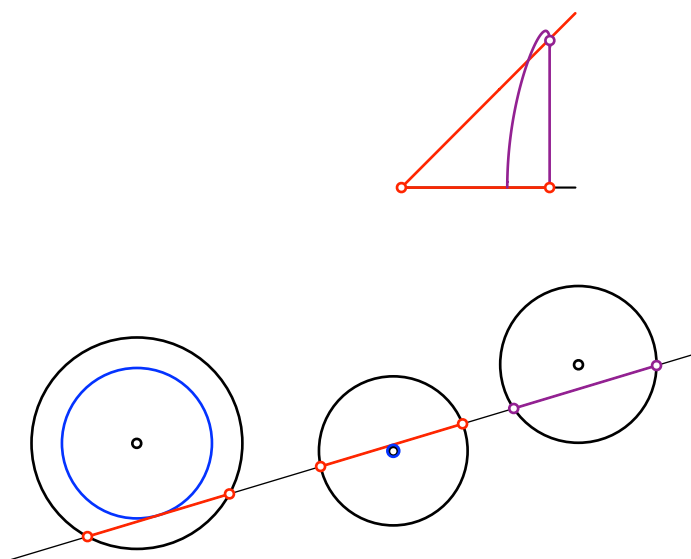


Abb. 6: Zweite Lösung

Mit einer weiteren der vier Geraden gibt es noch eine Lösung (Abb. 7).

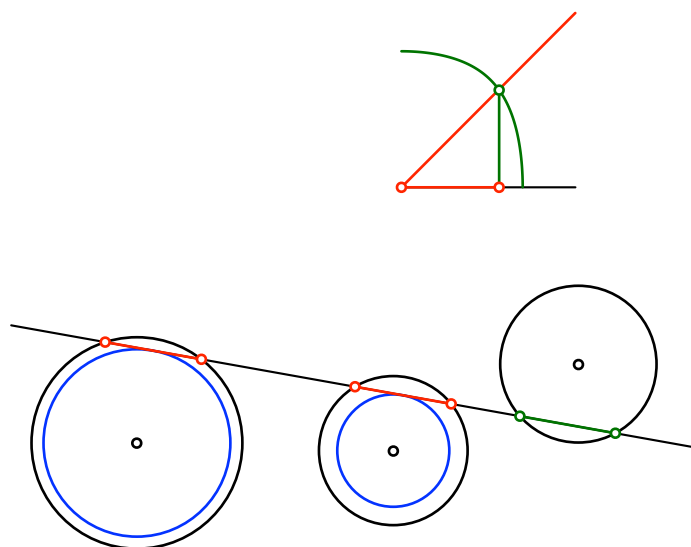


Abb. 7: Weitere Lösung mit einer anderen Geraden