

Hans Walser, [20160531]

## Gleiche Sehnen

Idee und Anregung: W. K., F.

### 1 Problem

Zu zwei Kreisen  $k_1(M_1, r_1)$  und  $k_2(M_2, r_2)$  soll eine Gerade  $g$  durch einen gegebenen Punkt  $P$  gefunden werden, welche aus den beiden Kreisen gleich lange Sehnen heraus-schneidet (Abb. 1).

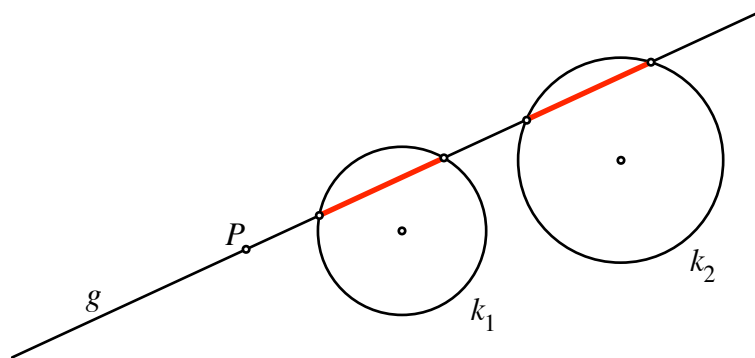


Abb. 1: Gleich lange Sehnen

### 2 Experimentelle Lösung

#### 2.1 Propeller

Wir zeichnen von  $P$  aus einen Strahl, welcher den Kreis  $k_2$  schneidet, und tragen die Sehnenlänge von  $P$  aus auf dem Strahl ab (Abb. 2).

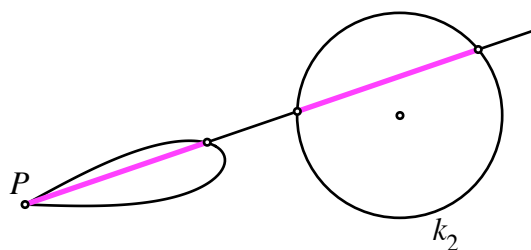
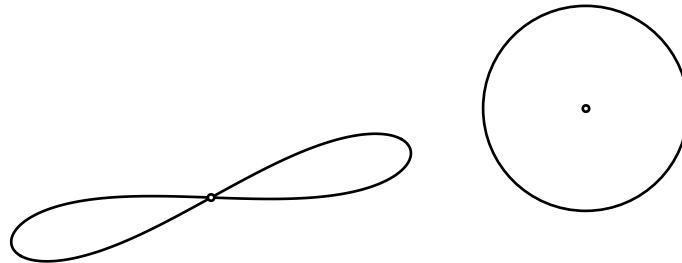


Abb. 2: Sehnenlänge

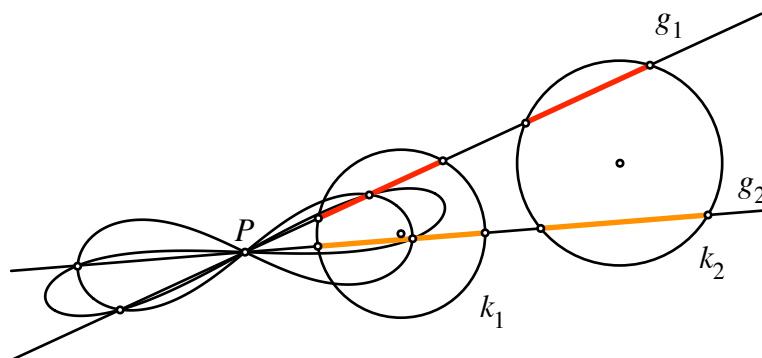
So entsteht eine Kurve mit einer Spitze. Aus Liebe zur Symmetrie spiegeln wir sie an  $P$ . Damit erhalten wir einen Propeller (Abb. 3).



**Abb. 3: Propeller**

## 2.2 Schnitt zweier Propeller

Wir zeichnen nun für beide Kreise je den Propeller (Abb. 4). Die gesuchte Gerade geht durch deren Schnittpunkt. In unserem Beispiel gibt es zwei Lösungen.



**Abb. 4: Lösungen**

### 3 Zirkel und Lineal

#### 3.1 Potenzgerade

Mit  $S$  bezeichnen wir die Mitte zwischen den zwei gleich langen Sehnen (Abb. 5). Der Punkt  $S$  hat gegenüber beiden Kreisen die gleiche Potenz, er liegt also auf der Potenzgeraden  $h$  der beiden Kreise.

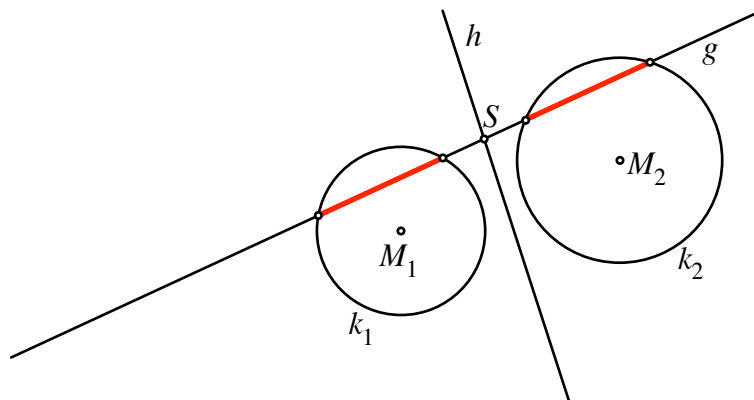


Abb. 5: Potenzgerade

#### 3.2 Mittelparallele

Die Normale in  $S$  auf die Gerade  $g$  ist Mittelparallele der beiden Mittelsenkrechten der gleich langen Sehnen (Abb. 6). Diese Normale verläuft also auch durch den Mittelpunkt  $O$  der Strecke  $M_1M_2$  (Strahlensätze). Daher liegt der Punkt  $S$  auf dem Thaleskreis  $t$  über der Strecke  $OP$ .

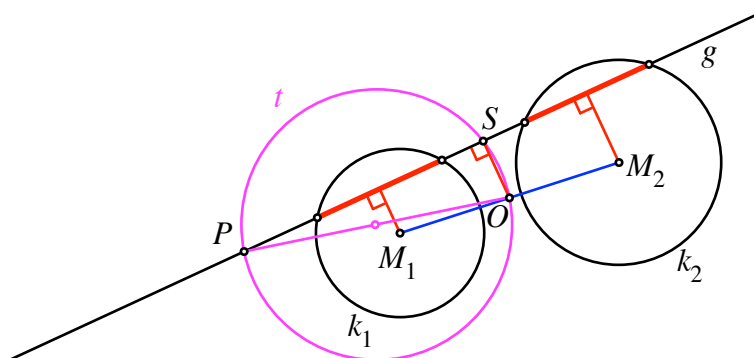


Abb. 6: Mittelparallele und Thaleskreis

### 3.3 Lösung

Wir finden  $S$  also als Schnittpunkt der Potenzgeraden  $h$  mit dem Thaleskreis  $t$  (Abb. 7). Damit kann  $g$  gezeichnet werden. In unserem Beispiel gibt es zwei Lösungen.

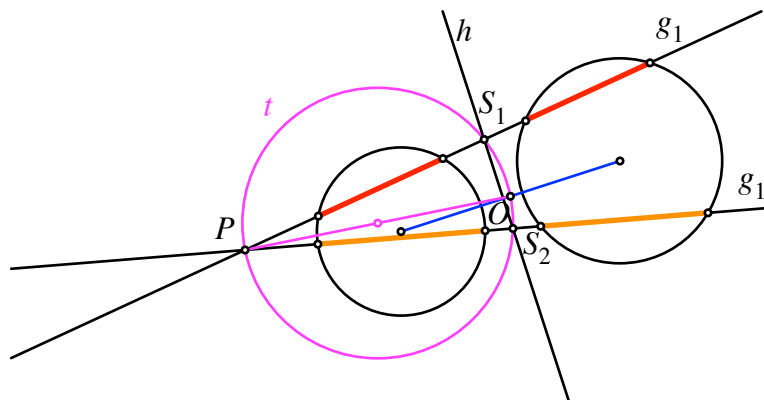


Abb. 7: Lösung

### 4 Problemvariante

Gesucht ist eine Gerade  $g$ , welche aus beiden Kreisen gleich lange Sehnen heraus-schneidet und zu einer gegebenen Geraden  $p$  parallel ist.

Die Lösung sei der geneigten Leserin überlassen.