

Hans Walser, [20140211]

Fünfeckapproximation

Anregung und Idee: M. S., J, und M. W.

1 Eine Jugenderinnerung

Als Sekundarschüler (7. und 8. Schuljahr) überlegte ich mir, dass man zur Konstruktion eines regelmäßigen Fünfecks einen Winkel von 72° bräuchte. Das schaffte ich allerdings nicht, und schließlich fragte ich meinen Geometrielehrer, wie man einen Winkel von 72° konstruieren könne. Seine Antwort: Indem man das regelmäßige Fünfeck konstruiert. — Voilà!

2 Eine Approximation und ihr Hintergrund

Es ist $\arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36.87^\circ$. Das ist etwas mehr als die Hälfte des gesuchten Winkels von 72° .

3 Im Karo-Raster

Im Karo-Raster zeichnen wir zunächst die Punkte M , A , C , D gemäß Abbildung 1.

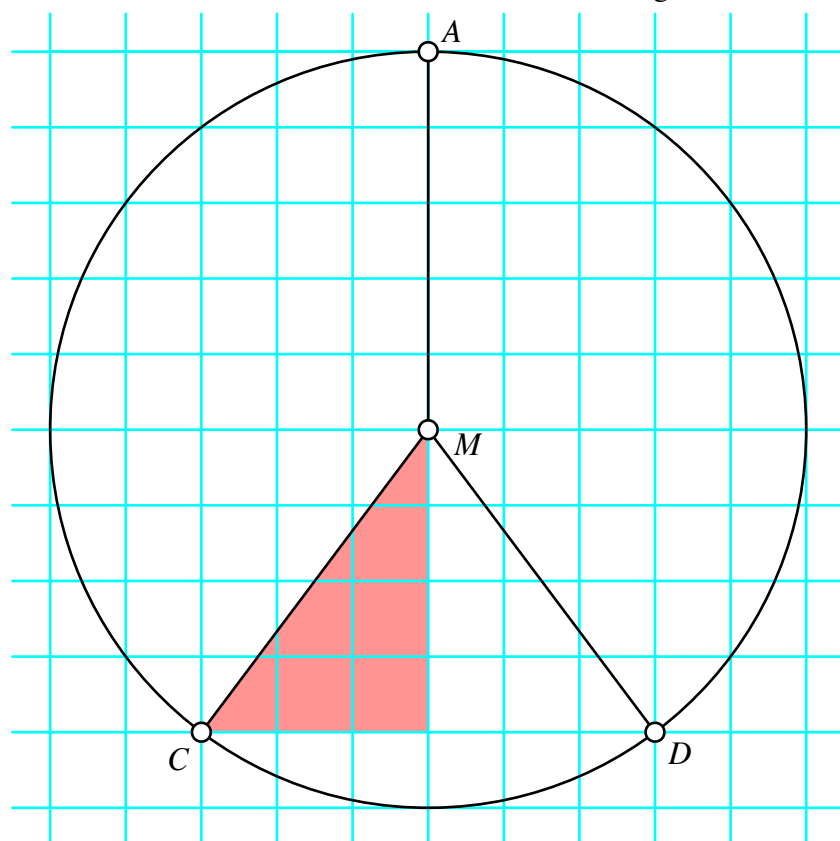


Abb. 1: Start im Karo-Raster

Dabei erinnern wir uns an das gute alte Lehrerdreieck mit den Katheten 3 und 4 und der Hypotenuse 5.

Nun halbieren wir den Winkel AMC und erhalten auf dem Umkreis den Punkt B . Die Winkelhalbierende des Winkels AMC kann am einfachsten mit dem in der Abbildung 2 eingezeichneten Rasterpunkt H gezeichnet werden.

Analog finden wir den Punkt E und haben somit approximativ das regelmäßige Fünfeck $ABCDE$.

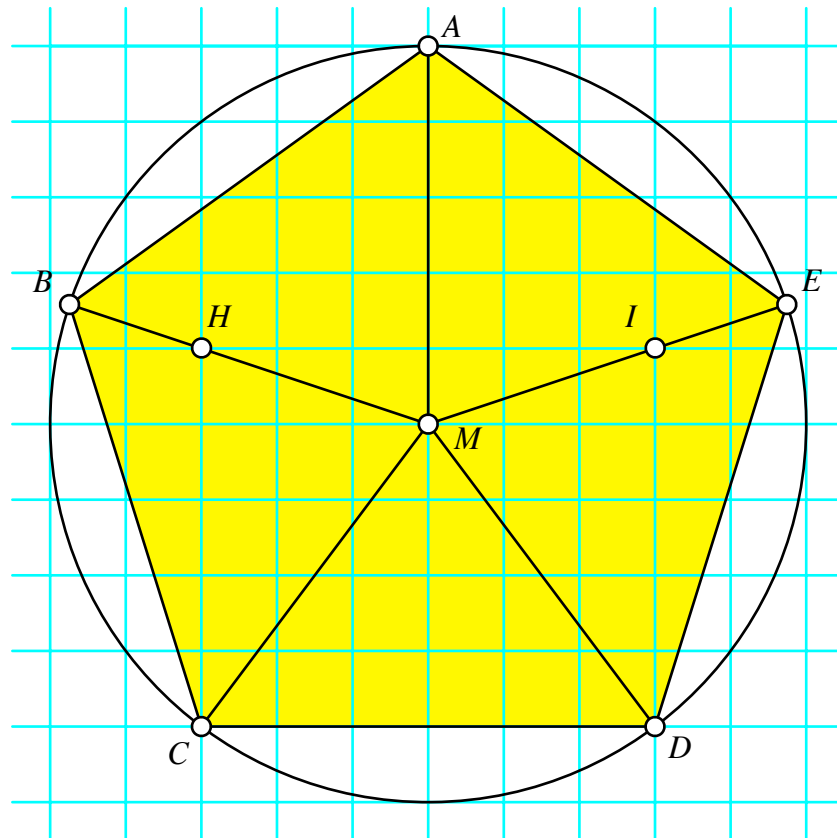


Abb. 2: Approximation des regelmäßigen Fünfecks

4 Scherenschnitt mit fünfteiliger Symmetrie

Wir falten ein Origami-Papier gemäß Abbildung 3.

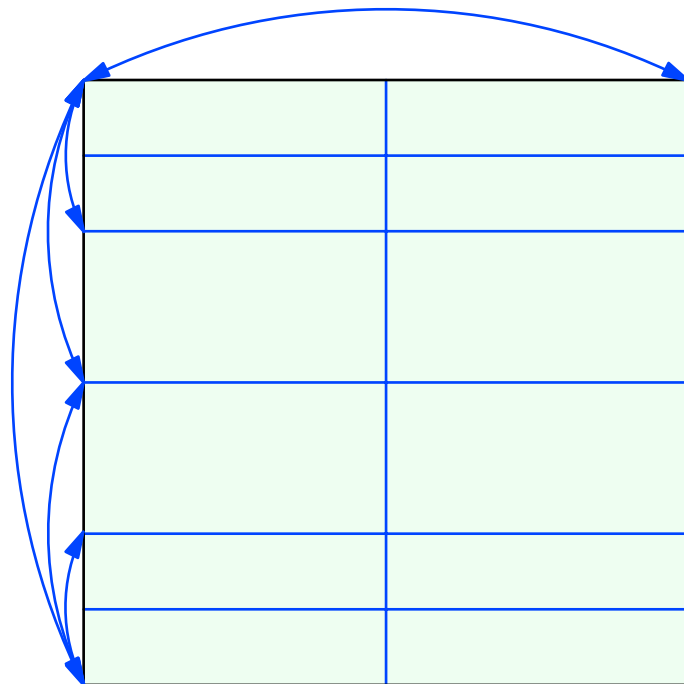


Abb. 3: Start mit Origami-Papier

Die schräge Faltnlinie der Abbildung 4 führt zur Approximation des Winkels von 36° .

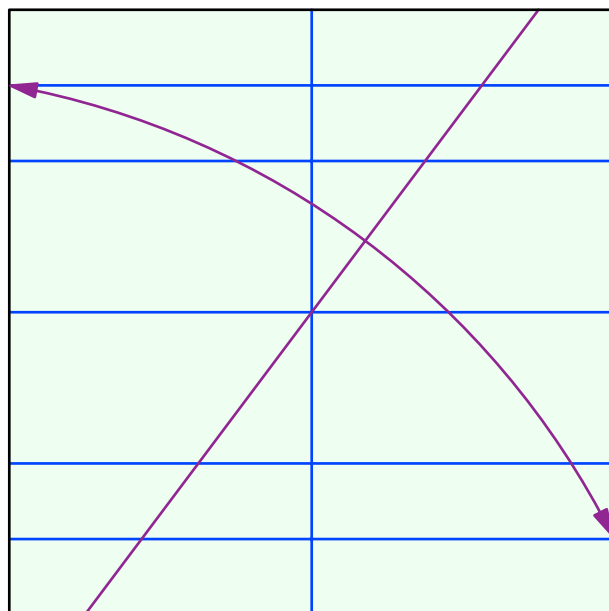


Abb. 4: Die entscheidende Faltnlinie

Schließlich falten wir das Papier zum Spickel mit dem in der Abbildung 5 markierten roten Dreieck als Deckblatt. Dies geht auf verschiedene Weisen.

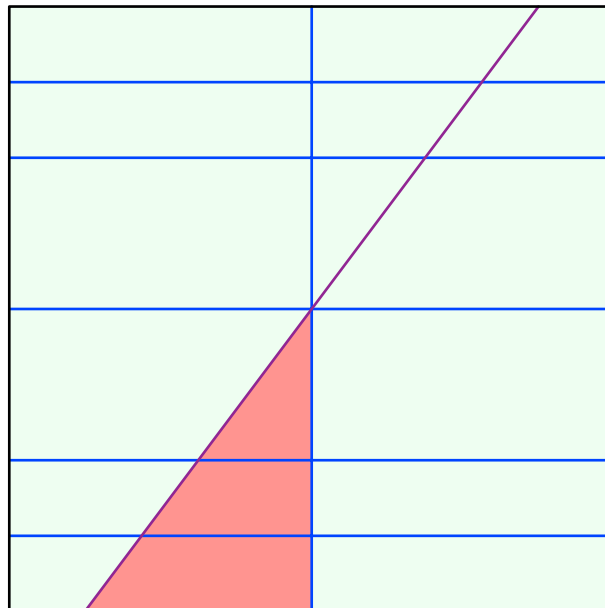


Abb. 5: Der entscheidende Spickel

Dieser Spickel kann nun mit der Schere kreativ bearbeitet werden. Auffalten liefert einen Scherenschnitt mit fünfteiliger Symmetrie. Die Abbildung 6 zeigt ein Beispiel.



Abb. 6: Scherenschnitt

In (Walser, 2013, S. 93-101) werden exakte Faltprozesse für Fünfeck und zugehörige Scherenschnitte besprochen.

Literatur

Walser, Hans (6. Auflage). (2013). *Der Goldene Schnitt*. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.