Hans Walser, [20140211]

Fünfeckapproximation

Anregung und Idee: M. S., J, und M. W.

1 Eine Jugenderinnerung

Als Sekundarschüler (7. und 8. Schuljahr) überlegte ich mir, dass man zur Konstruktion eines regelmäßigen Fünfecks einen Winkel von 72° bräuchte. Das schaffte ich allerdings nicht, und schließlich fragte ich meinen Geometrielehrer, wie man einen Winkel von 72° konstruieren könne. Seine Antwort: Indem man das regelmäßige Fünfeck konstruiert. — Voilà!

2 Eine Approximation und ihr Hintergrund

Es ist $\arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36.87°$. Das ist etwas mehr als die Hälfte des gesuchten Winkels von 72°.

3 Im Karo-Raster

Im Karo-Raster zeichnen wir zunächst die Punkte *M, A, C, D* gemäß Abbildung 1.

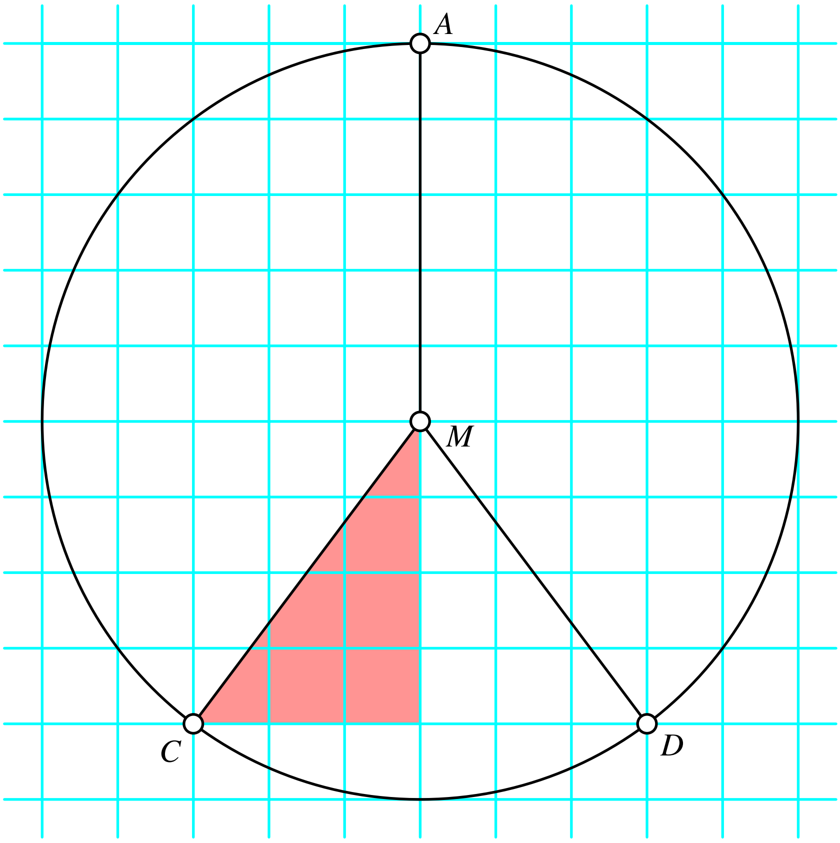

Abb. 1: Start im Karo-Raster

Dabei erinnern wir uns an das gute alte Lehrerdreieck mit den Katheten 3 und 4 und der Hypotenuse 5.

Nun halbieren wir den Winkel AMC und erhalten auf dem Umkreis den Punkt B. Die Winkelhalbierende des Winkels AMC kann am einfachsten mit dem in der Abbildung 2 eingezeichneten Rasterpunkt H gezeichnet werden.

Analog finden wir den Punkt E und haben somit approximativ das regelmäßige Fünfeck $ABCDE$.

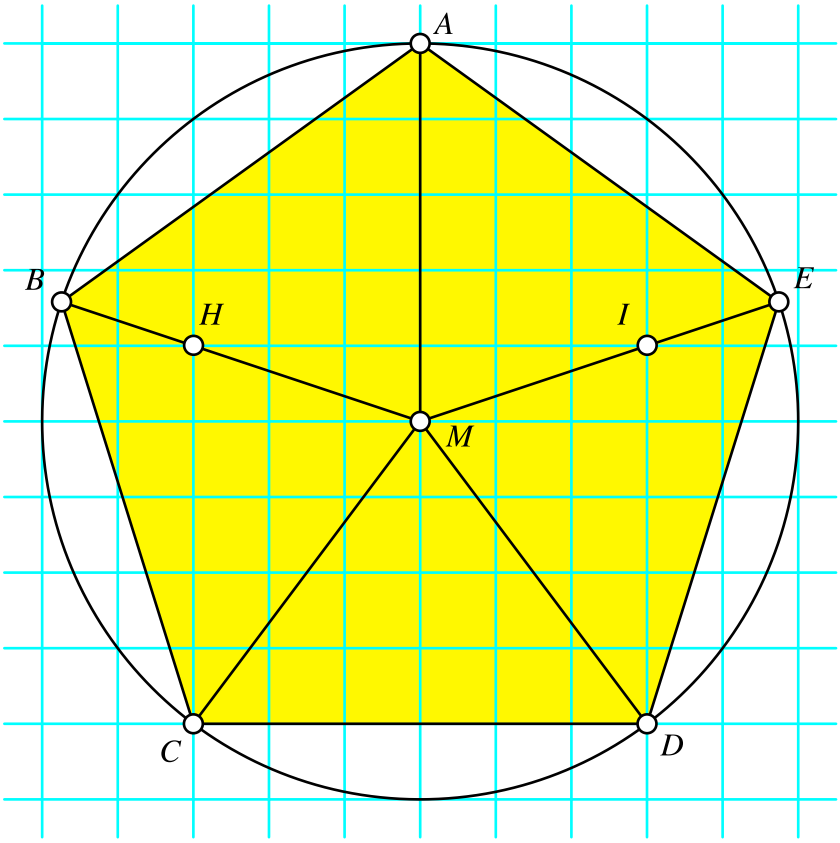

Abb. 2: Approximation des regelmäßigen Fünfeckes

4 Scherenschnitt mit fünfteiliger Symmetrie

Wir falten ein Origami-Papier gemäß Abbildung 3.

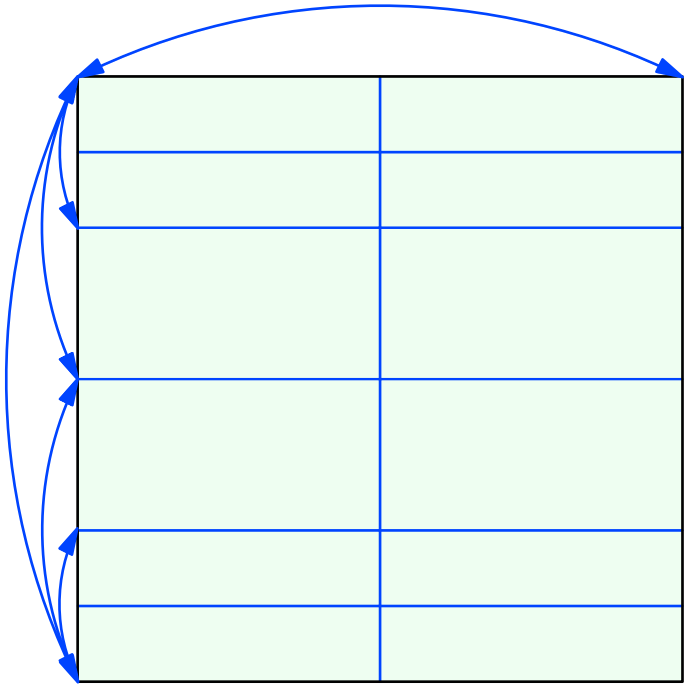

Abb. 3: Start mit Origami-Papier

Die schräge Faltlinie der Abbildung 4 führt zur Approximation des Winkels von 36°.

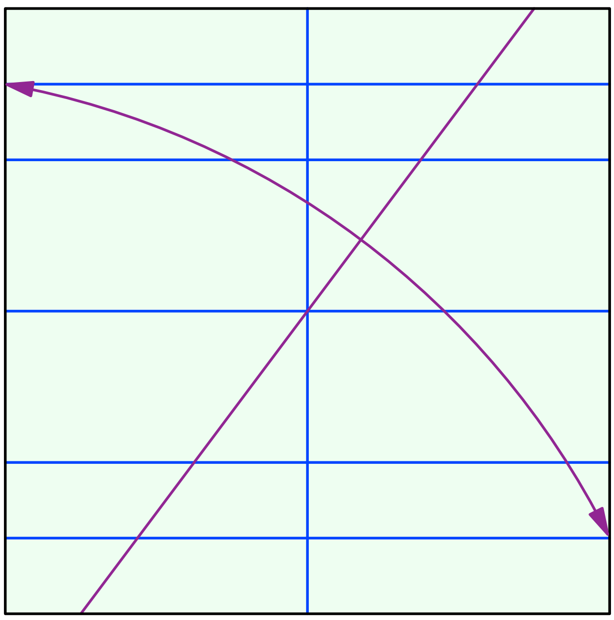

Abb. 4: Die entscheidende Faltlinie

Schließlich falten wir das Papier zum Spickel mit dem in der Abbildung 5 markierten roten Dreieck als Deckblatt. Dies geht auf verschiedene Weisen.

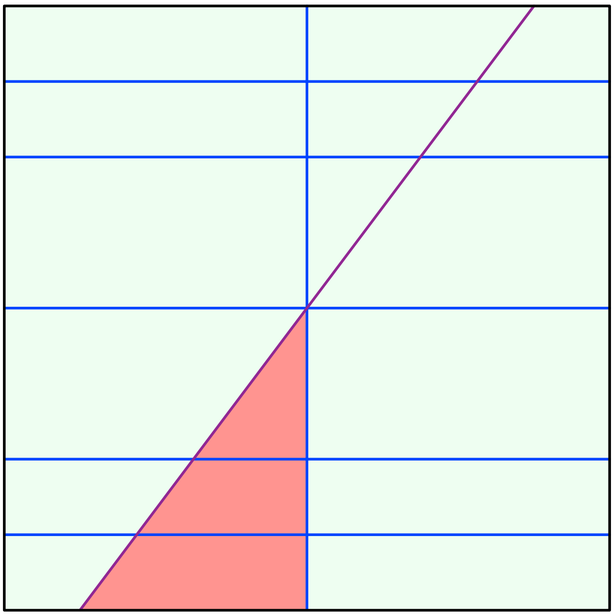

Abb. 5: Der entscheidende Spickel

Dieser Spickel kann nun mit der Schere kreativ bearbeitet werden. Auffalten liefert einen Scherenschnitt mit fünfteiliger Symmetrie. Die Abbildung 6 zeigt ein Beispiel.

Abb. 6: Scherenschnitt

In (Walser, 2013, S. 93-101) werden exakte Faltprozesse für Fünfeck und zugehörige Scherenschnitte besprochen.

Literatur

Walser, Hans (6. Auflage). (2013). *Der Goldene Schnitt*. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.