

Hans Walser, [20150822]

Flächenvergleiche

1 Quadrate

Wir setzen vier Quadrate aneinander gemäß Abbildung 1. Die Seitenlängen der beiden ersten Quadrate können beliebig gewählt werden. Die Seiten der letzten beiden Quadrate ergeben sich dann.

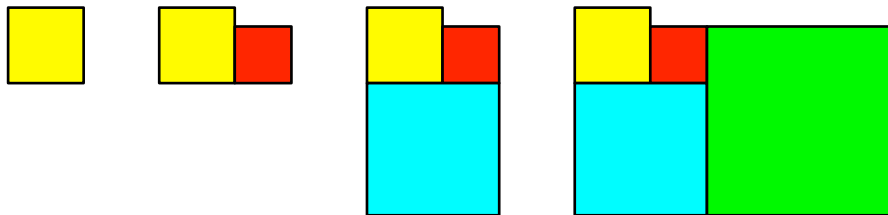


Abb. 1: Aneinandersetzen der Quadrate

In dieser Situation gilt die Flächenrelation:

Erstes plus letztes Quadrat = zweimal (zweites plus drittes Quadrat)

Für den rechnerischen Beweis verwenden wir die Bezeichnungen der Abbildung 2.

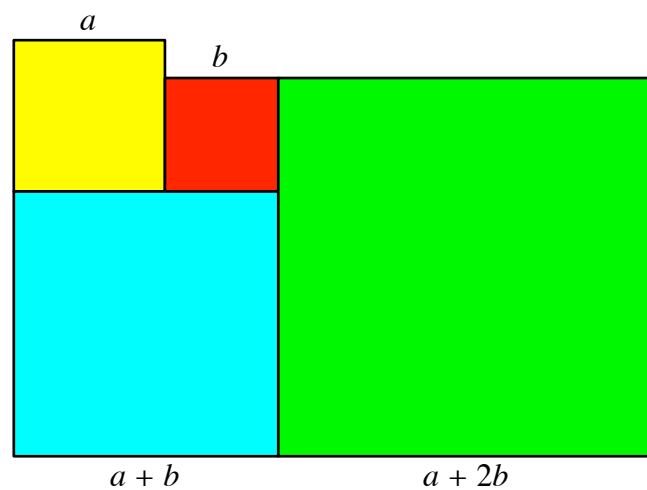


Abb. 2: Bezeichnungen

Es ist:

$$\begin{aligned} \text{gelb} + \text{grün} &= a^2 + (a+2b)^2 = 2a^2 + 4ab + 4b^2 \\ \text{rot} + \text{zyan} &= b^2 + (a+b)^2 = a^2 + 2ab + 2b^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Die Abbildung 3 zeigt einen Zerlegungsbeweis.

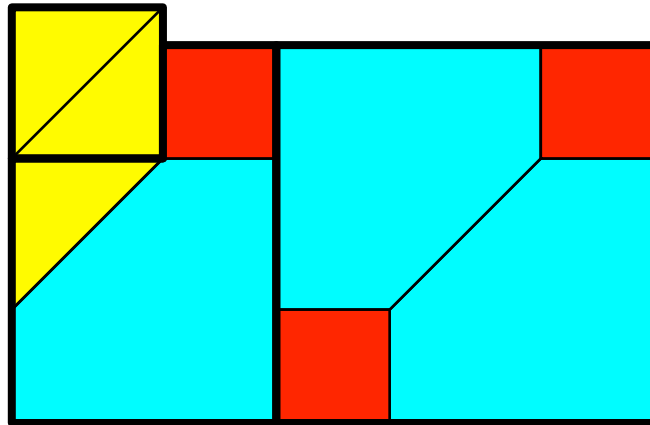


Abb. 3: Zerlegungsbeweis

2 Gleichseitige Dreiecke

Aneinanderfügen der Dreiecke gemäß Abbildung 4.

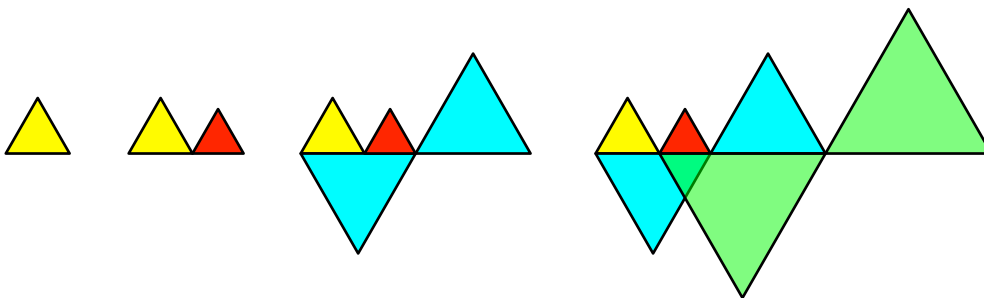


Abb. 4: Dreiecke aneinanderfügen

In dieser Situation gilt die Flächenrelation:

Erstes plus letztes Dreieck = zweimal (zweites plus drittes Dreieck)

Für die Schulbubenrechnung verwenden wir die Bezeichnungen der Abbildung 5.

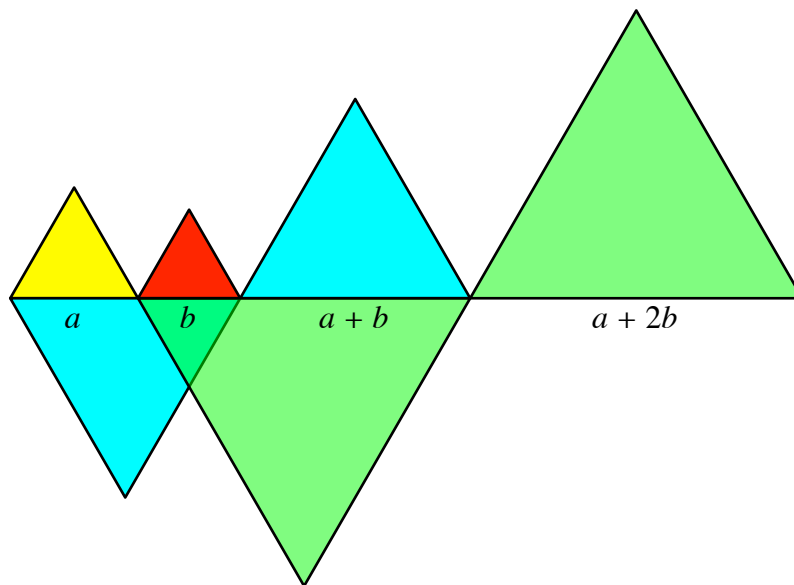


Abb. 5: Bezeichnungen

Es ist:

$$\begin{aligned} \text{gelb} + \text{grün} &= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}(a+2b)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(2a^2 + 4ab + 4b^2) \\ \text{rot} + \text{cyan} &= \frac{\sqrt{3}}{4}b^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + 2ab + 2b^2) \end{aligned} \quad (2)$$

Die Abbildung 6 zeigt einen Zerlegungsbeweis.

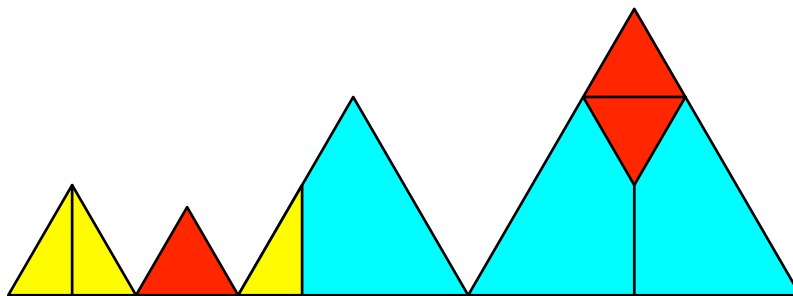


Abb. 6: Zerlegungsbeweis