Hans Walser, [20180726]

Flächenvergleich

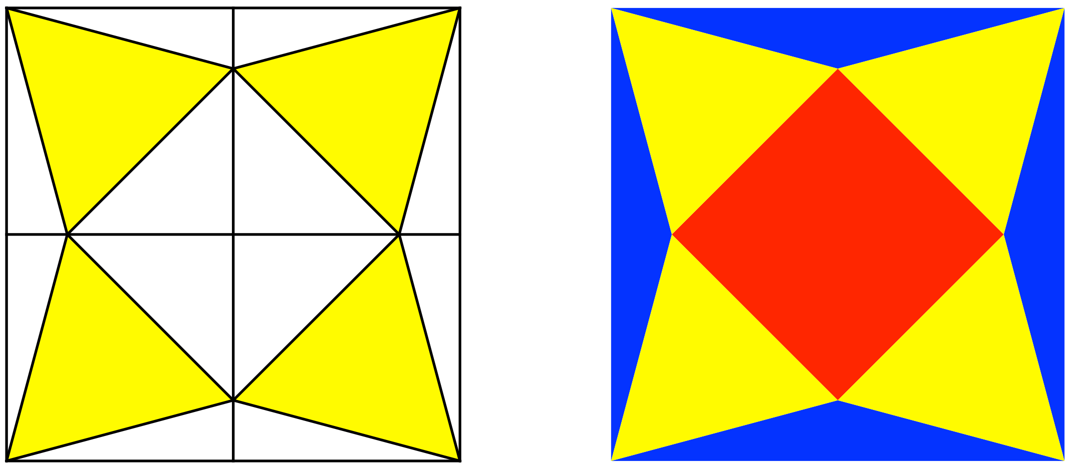
Anregung: Muottas Muragl

1 Worum geht es?

Flächenvergleich im Quadratraster.

2 Die Figur

In ein 2×2-Quadratraster zeichnen wir vier gleichseitige Dreiecke gemäß Abbildung 1a. Den Rest färben wir gemäß Abbildung 1b.



a) b)

Abb. 1: Basisfigur. Rot = blau

Das rote Quadrat ist flächenmäßig gleich der Summe der vier blauen Dreiecke.

3 Beweise

3.1 Rechnerischer Beweis

Wir setzen die Rasterlänge 1.

Für das rote Quadrat erhalten wir:

$$A_{\text{rotes Quadrat}} = \tfrac{4}{2}\left(1-\underbrace{\tan\left(15^\circ\right)}_{2-\sqrt{3}}\right)^2 = 4\left(2-\sqrt{3}\right) \approx 1.072 \qquad (1)$$

Das rote Quadrat ist also etwas größer als ein Rasterquadrat.

Für die Summe der vier blauen Dreiecke erhalten wir:

$$A_{\text{blaue Dreiecke}} = 4\underbrace{\tan(15°)}_{2-\sqrt{3}} = 4\left(2-\sqrt{3}\right) \tag{2}$$

3.2 Zerlegungsbeweis

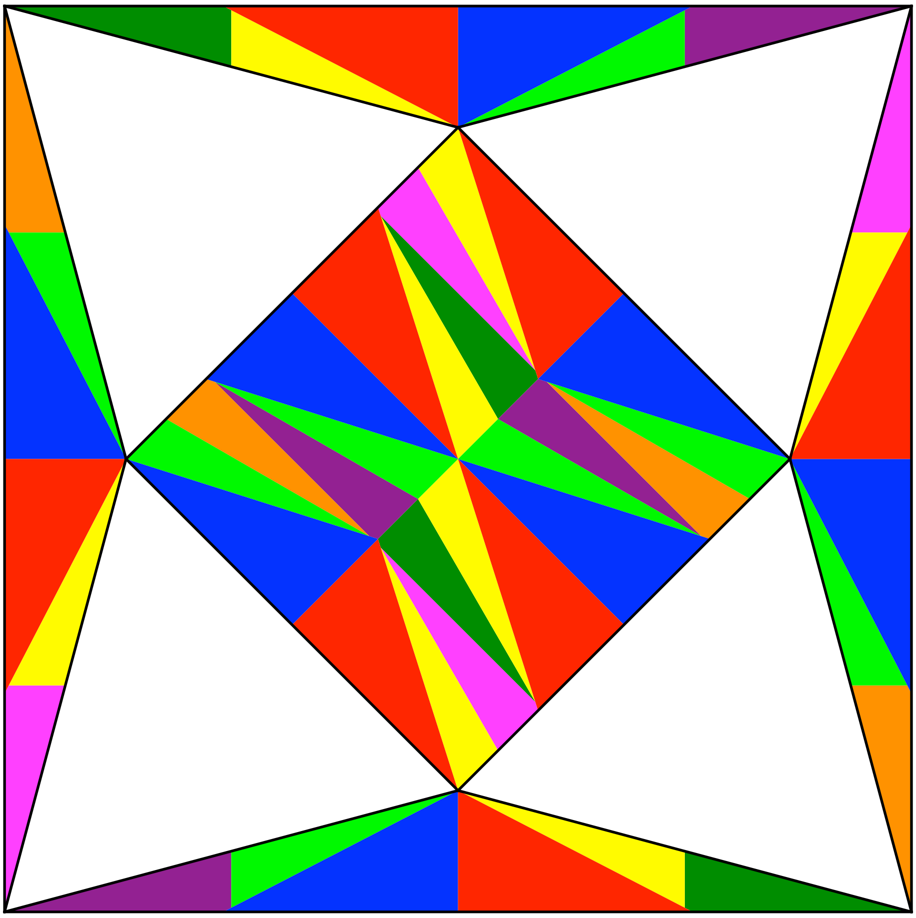


Abb. 2: Zerlegungsbeweis

Der Zerlegungsbeweis enthält Subtilitäten. So ist etwa die lange Kathete des roten rechtwinkligen Dreieckes ein bisschen länge als die halbe Rasterlänge.

4 Parkett

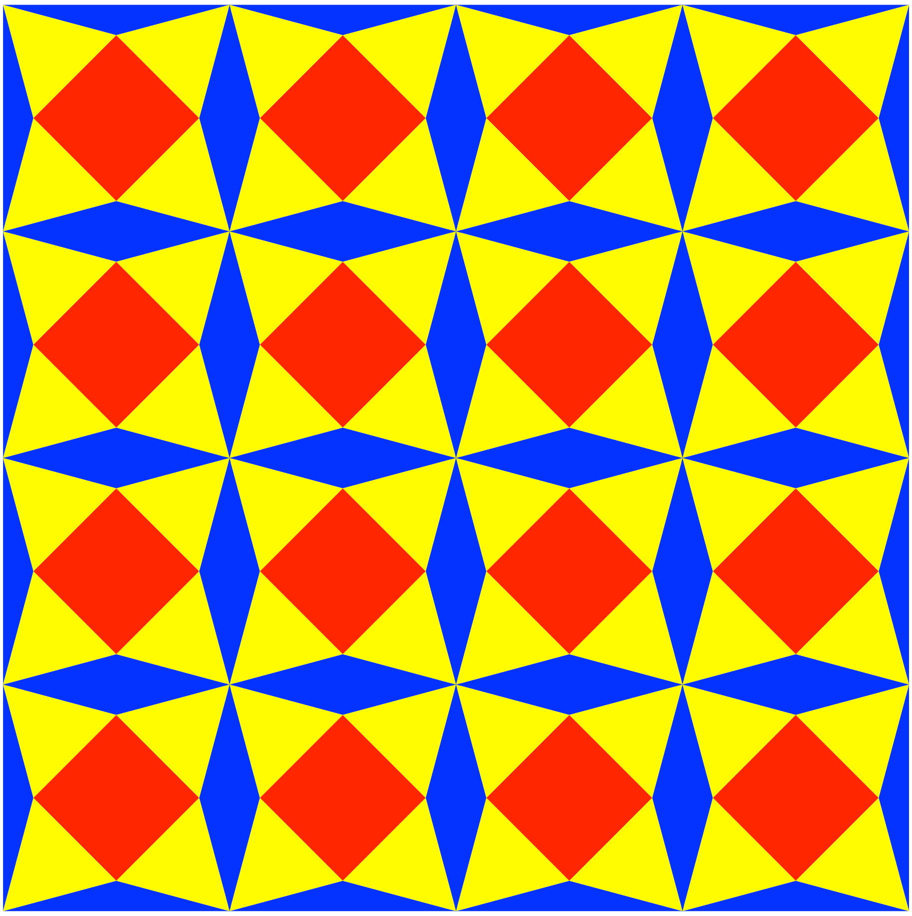


Abb. 3: Rot = blau