

Hans Walser, [20130513]

Flächengleichheit

Anregung: H. K. S., L.

1 Worum es geht

Es wird mit regulären Vielecken gearbeitet, deren Eckenzahl ein Vielfaches von vier ist. Faktisch benötigen wir die Hälfte oder ein Viertel eines solchen Vieleckes. Das Halbieren und Vierteln kann auf zwei Arten geschehen (Abb. 1 für den Fall des regelmäßigen Achteckes).

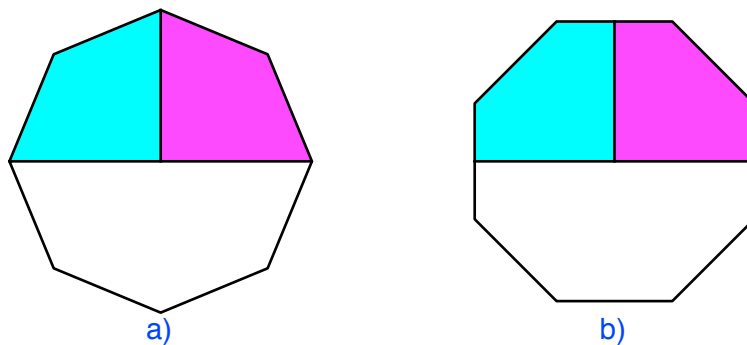


Abb. 1: Halbieren und Vierteln

In beiden Fällen können wir eine Figur bauen, welche eine Flächengleichheit enthält. Die Flächengleichheit kann bei Polygonen mit Zerlegungen nachgewiesen werden. Spannend ist das Auffinden einer passenden und möglichst einfachen Zerlegung.

2 Figuren mit Flächengleichheit

2.1 Basis regelmäßiges Achteck

Auf der Basis der Figuren der Abbildung 1a erhalten wir die Figur der Abbildung 2a, entsprechend auf der Basis der Figuren der Abbildung 1b die Figur der Abbildung 2b. Die beiden Flächenanteile sind jeweils gleich groß.

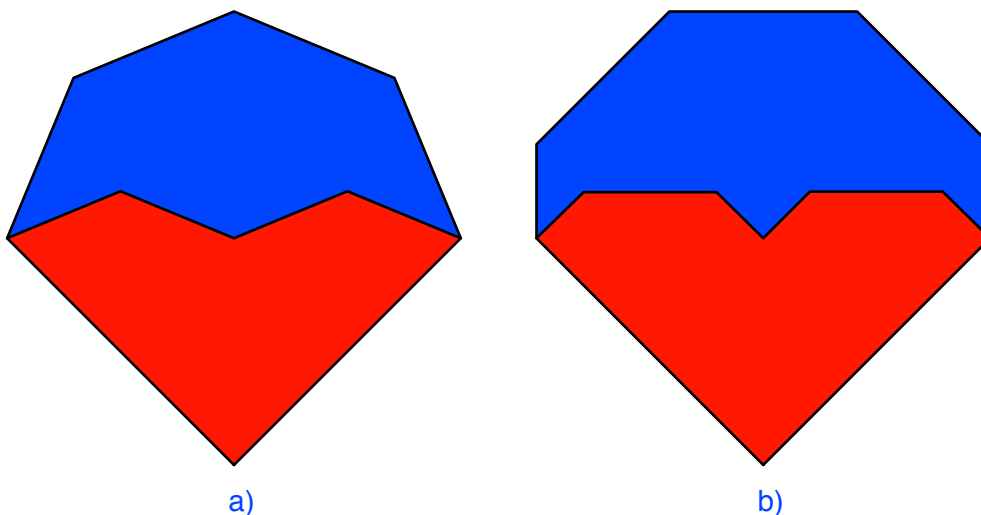


Abb. 2: Rot = Blau

Die Flächengleichheit kann nachgerechnet werden. Bei flächengleichen Polygonen gibt es aber immer auch eine Zerlegung, welche die Flächengleichheit nachweist. Die Abbildung 3 gibt mögliche Zerlegungsbeweise für die Figuren der Abbildung 2.

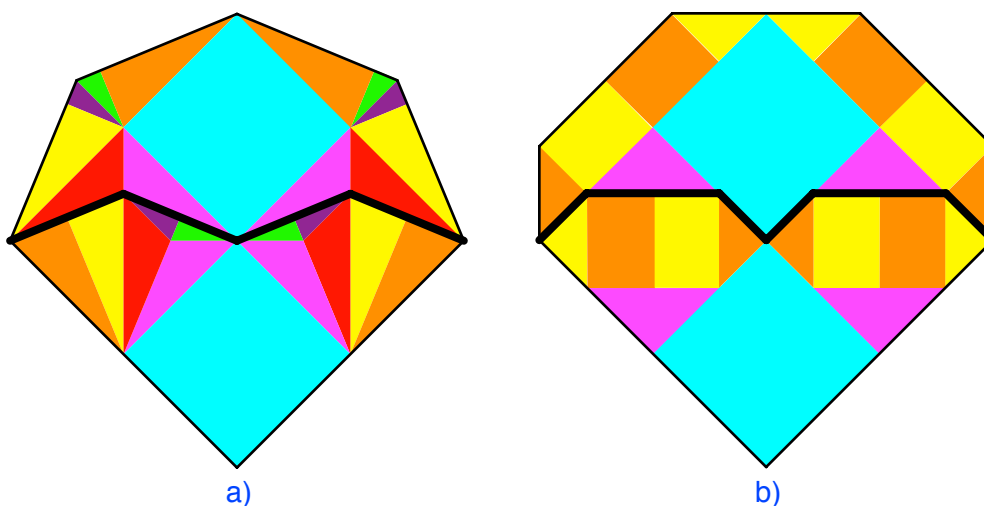


Abb. 3: Zerlegungsbeweise

Die auftretenden Rechtecke in der Abbildung 3b haben das Seitenverhältnis eines DIN-Rechteckes. Das ist beim regelmäßigen Achteck aber nicht erstaunlich.

2.2 Basis Quadrat

Die Abbildung 4 zeigt die beiden Fälle auf der Basis eines Quadrates.

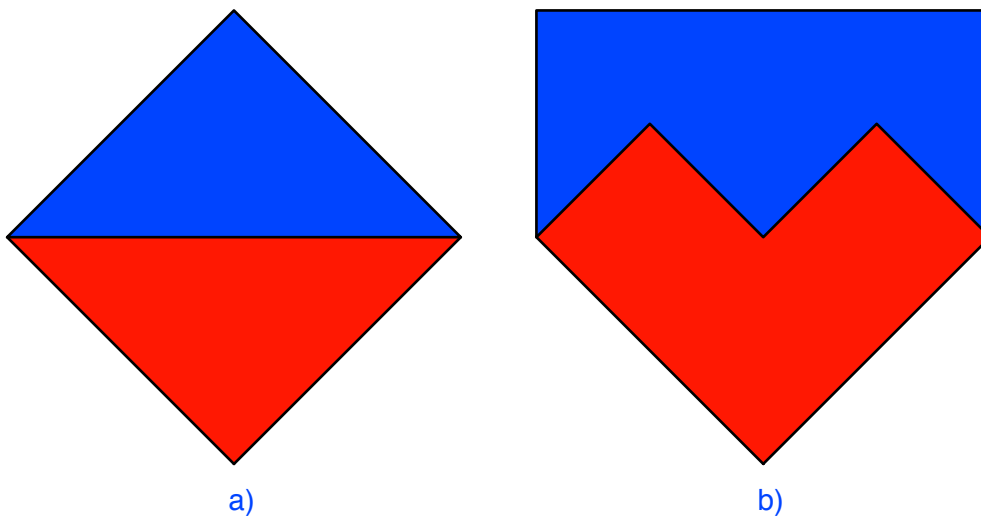


Abb. 4: Basis Quadrat

Die Zerlegungsgleichheiten sind offensichtlich (Abb. 5).

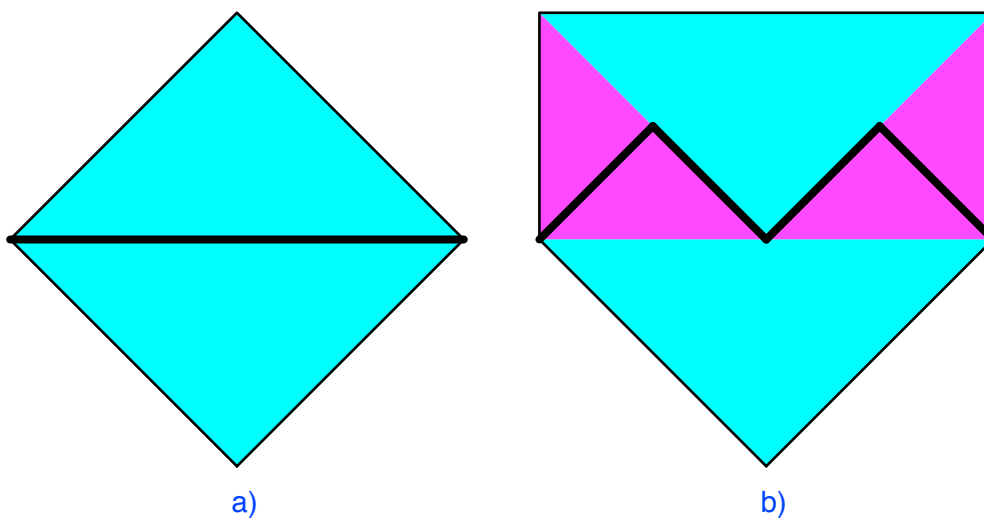


Abb. 5: Zerlegungsbeweise

2.3 Basis regelmäßiges Zwölfeck

Die Abbildung 6 zeigt die beiden Fälle auf der Basis eines regelmäßigen Zwölfeckes.

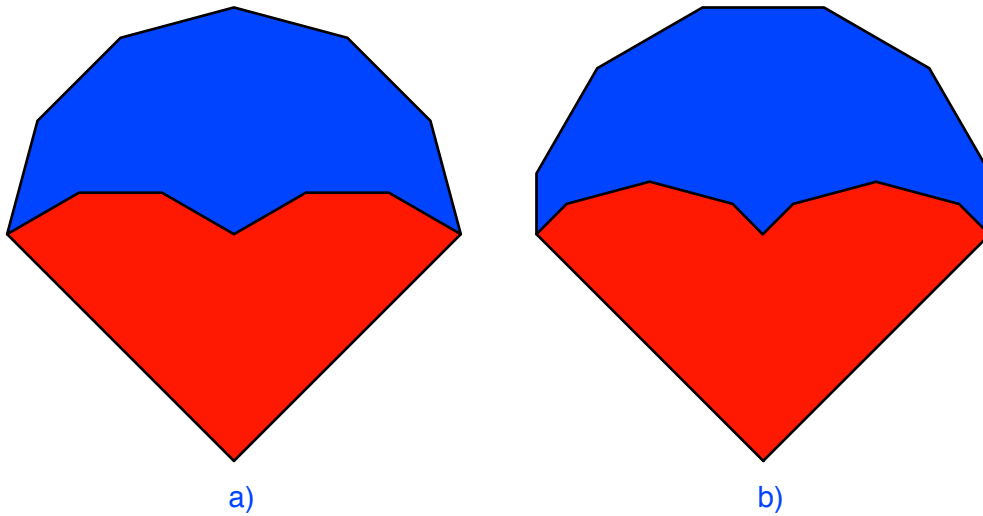


Abb. 6: Basis Zwölfeck

Die Abbildung 7 enthält Zerlegungsbeweise für die Figuren der Abbildung 6.

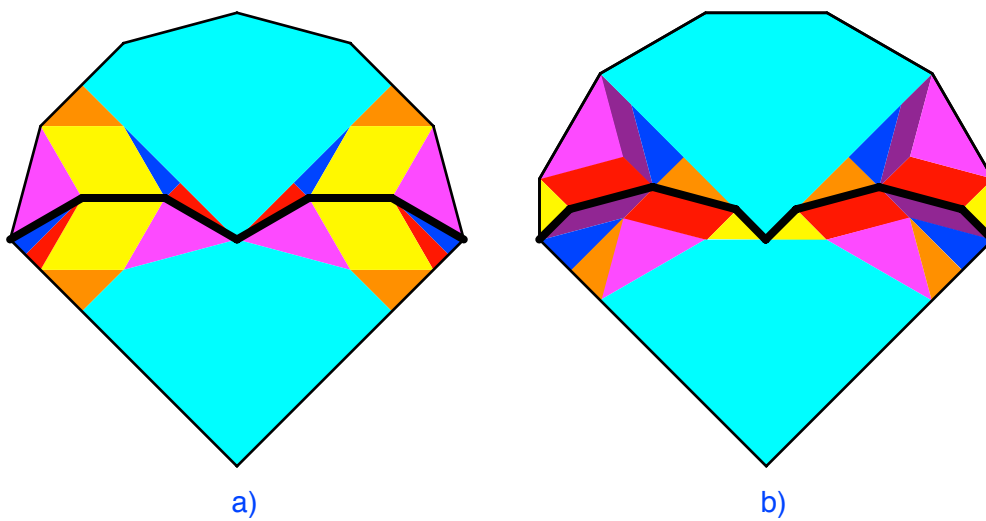


Abb. 7: Zerlegungsbeweise

3 Schiefe Halbierung

In der Abbildung 1 wurden als Trennlinien für das Halbieren Symmetrieachsen des regulären Viereckes verwendet. Reguläre Vielecke, deren Eckenzahl ein Vielfaches von vier ist, sind aber auch punktsymmetrisch. Wir können mit einer beliebigen Geraden durch das Symmetriezentrum halbieren. Die Abbildung 8a illustriert ein Beispiel für das Quadrat. Das Quadrat ist gegenüber der Horizontalen um 20° verdreht. Das ist kein „schöner“ Winkel.

Die Abbildung 8b zeigt die zugehörige Figur mit Flächenhalbierung. Sie ist asymmetrisch.

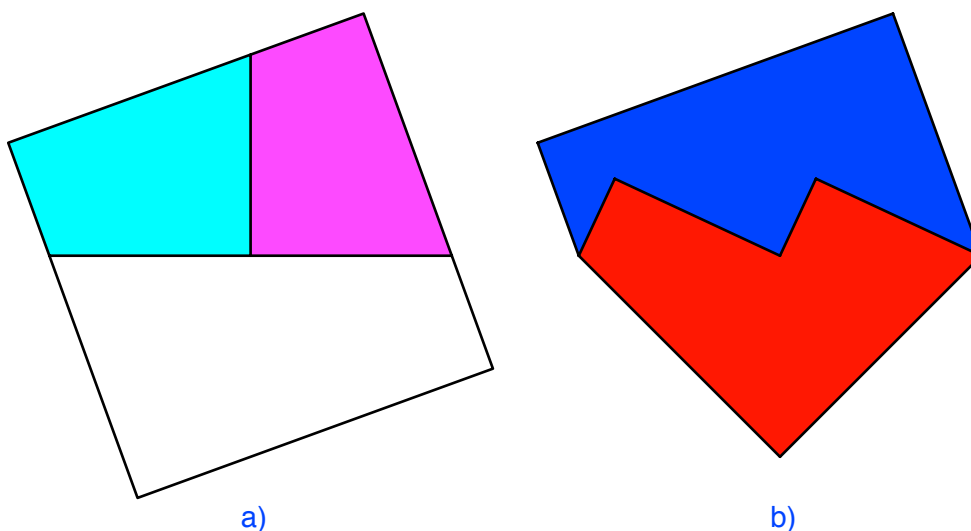


Abb. 8: Schiefe Halbierung

Entsprechend ist auch der Zerlegungsbeweis (Abb. 9) asymmetrisch.

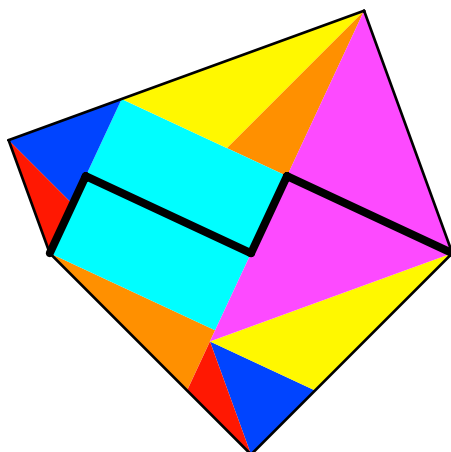


Abb. 9: Zerlegungsbeweis

4 Figur mit Kreisbögen

Wenn wir mit der Eckenzahl gegen Unendlich fahren, erhalten wir das Kalenderblatt Dezember 2014 von Heinz Klaus Strick, Leverkusen (Abb. 10). In diesem Fall gibt es keinen Zerlegungsbeweis. Die Flächengleichheit kann mit Argumentieren oder Rechnen einsichtig gemacht werden.

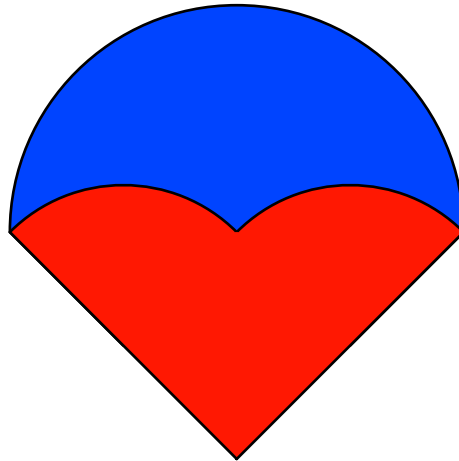


Abb. 10: Kreisbögen